

ДО ВИЗНАЧЕННЯ МАНЕВРНОСТІ ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОГО АВТОБУСА ІЗ САМОУСТАНОВЛЮВАЛЬНИМИ КОЛЕСАМИ ОСІ ПРИЧЕПА

Луцький національний технічний університет

У статті досліджено особливості забезпечення маневреності шарнірно-зчленованих автобусів (ШЗА) великої та особливо великої місткості загальною довжиною до 22,0 м. У світовій практиці широко застосовуються шарнірно-зчленовані автобуси (ШЗА), проте їх експлуатація пов'язана з низкою конструктивних та експлуатаційних обмежень, зокрема щодо маневреності та стійкості руху. В Україні Правилами дорожнього руху дозволена максимальна довжина автопоїзда до 22 м, що відкриває можливості підвищення пасажиромісткості транспортних засобів, однак водночас ускладнює забезпечення нормативних показників маневреності відповідно до вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002. У зв'язку з цим актуальним є дослідження параметрів руху шарнірно-зчленованих автобусів та пошук конструктивних рішень, які дозволяють вирішити проблеми забезпечення належної маневреності та стійкості руху подібних транспортних засобів.

У роботі розглянуто особливості повороту шарнірно-зчленованого автобуса у складі автобуса та одновісного причепа. Показано, що за наявності некерованих коліс причепа під час повороту на його колесах виникають бічні сили, які спричиняють бічне відведення, а в подальшому – ковзання коліс по дорожній поверхні. Це може призвести до погіршення стійкості руху автопоїзда, тому для оцінювання максимально допустимої бази некерованого причепа запропоновано використовувати додатковий критерій – максимально допустимий кут відведення його коліс. На основі розробленої математичної моделі виконано порівняння мінімально допустимого кута складання та радіуса повороту причепа з їх реальними значеннями. Встановлено, що шарнірно-зчленований автобус з некерованим причепом базую 8 м не задовольняє вимог нормативного документа ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 щодо маневреності.

Показано, що у разі застосування самоустановлювальних коліс причіпної бічні сили на осі причепа наближаються до нуля. За таких умов мінімальний кут складання і мінімальний радіус повороту причепа перевищують допустимі і ШЗА задовольняє вимогам ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 щодо маневреності, проте відкритим залишається питання щодо стійкості руху такого автобуса, що необхідно вирішувати.

Ключові слова: шарнірно-зчленований автобус, бічні сили, кут відведення, кут складання, маневреність, радіус повороту, габаритна довжина.

Вступ

На сьогоднішній день автобуси займають передові позиції в індустрії пасажирських перевезень, а світовий парк налічує більше 500 млн. одиниць різної пасажиромісткості – від особливо малої до особливо великої. На жаль, в Україні склалась ситуація, коли в містах до 80-90% за чисельністю складають автобуси малої та особливо малої місткості, в той час як питома вага чисельності автобусів великої та особливо великої місткості повинна складати від 30 до 60% [1]. Автобуси великої і особливо великої місткості, як правило, шарнірно-зчленовані (ШЗА) з мотор-колісним приводом; нетрадиційними силовими установками, у тому числі з гібридними джерелами енергії, дуобуси (автобуси-тролейбуси) з двома джерелами енергії – тепловим двигуном і електричним двигуном [2]. Габаритна довжина таких автобусів обмежена на рівні 18,5 м. Пояснюється це необхідністю виконання вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 "Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження пасажирських транспортних засобів великої місткості стосовно загальної конструкції (Правила ЄЕК ООН №36-03:1993, IDT)": внутрішній радіус повороту повинен складати 5,3 м, а найбільш виступаюча від центра повороту точка автобуса повинна описувати дугу радіусом 12,5 м.

Згідно з Правилами дорожнього руху України [Правила], максимально допустима загальна довжина автопоїзда становить 22,0 м [3]. Така довжина дає змогу істотно підвищити пасажиромісткість шарнірно-зчленованих автобусів. Разом із тим залишаються невирішеними питання забезпечення їх належної маневреності та стійкості під час руху. Тому дослідження й удосконалення маневрених характеристик ШЗА довжиною до 22,0 м є актуальним науково-практичним завданням.

Аналіз літературних джерел

У процесі експлуатації шарнірно-зчленованих автобусів (ШЗА) важливо визначити конфігурацію та ширину проїзної частини, які забезпечують безпечний рух і вписування транспортного засобу в задану

смугу. Також необхідно враховувати геометричні параметри автопоїздів, що впливають на можливість їх проїзду за наявності відомих характеристик дорожньої ділянки на в'їзді та виїзді. З цією метою визначають ключові показники маневреності – габаритні радіуси повороту та габаритну смугу руху. Розрахунок цих параметрів може здійснюватися як на основі кінематичних, так і динамічних моделей.

У праці [4] запропоновано модульний алгоритмічний підхід до кінематичного моделювання зчленованих автобусів. Так, наприклад, кінематичні моделі застосовують за умови чистого кочення коліс усього транспортного засобу, тобто за відсутності ковзання чи прослизання, що є обґрунтованим припущенням для режимів малошвидкісного маневрування. Запропонований підхід дозволив отримати компактні нелінійні моделі, які завдяки модульній структурі зберігають чітку геометричну інтерпретацію шарнірно-зчленованого автобуса. Досліджено автобуси різних компоновальних схем, зокрема з розташуванням ведучої осі як на тяговому модулі, так і на причепі.

У роботі [5] встановлено, що взаємодія між осями та ланками транспортного засобу може спричиняти специфічні коливальні процеси причепів під час виконання маневрів. На прикладі пари ланок виявлено закономірності їх повороту, які надалі екстрапольовано на автопоїзд із довільною кількістю причепів. Чисельні результати, отримані для кінематичної моделі з трьома причепами, підтверджують теоретичні положення та забезпечують кількісне уявлення про досліджувану проблему.

Автори праці [6] зазначають, що для автопоїздів напівпричпного типу кінематичне описання системи є складнішим порівняно з традиційною причіпною схемою. У такому випадку кути повороту керованих коліс причіпних модулів формуються на основі нелінійного зворотного зв'язку, який залежить від початкової конфігурації всієї системи.

У роботі [7] подано концепцію та здійснено аналіз стійкості системи керування зі зворотним зв'язком, призначеної для відстеження заданої траєкторії руху автопоїзда. Формалізований аналіз замкнутої системи дозволяє визначити достатні умови для асимптотичного відтворення так званих еталонних траєкторій як із сталою, так і зі змінною в часі кривизною. Запропонований каскадний алгоритм керування траєкторією забезпечує ефективне розв'язання задачі кінематичного відстеження руху багатоланкового автопоїзда.

Також, у роботі [8] пропонується алгоритм керування відстежуванням траєкторії MPC (Model Predictive Control), що включає диференціальне керування гальмуванням. На першому етапі розглядається модель для відстеження траєкторії руху тягача і причіпних ланок. В умовах роботи на низькій швидкості розроблений алгоритм ПІД (пропорційно-інтегральної похідної) використовується для розрахунку відхилення причіпних ланок від заданого курсу. На другому етапі створюється модель динаміки транспортного засобу для розробки стратегії керування диференціальним гальмуванням (алгоритм Fuzzy PID). В умовах високошвидкісної роботи цей алгоритм використовується для усунення додаткового моменту ризику, пов'язаного з коливаннями кута складання. Імітаційні моделі створюються з використанням MATLAB/Simulink та TruckSim для чисельної експериментальної перевірки. Результати чисельного експерименту показують, що запропонований у цій роботі метод диференціального управління гальмуванням дозволяє підвищити маневреність транспортних засобів, що рухаються на малих швидкостях, та стійкість транспортних засобів, що рухаються на високих швидкостях без зниження точності траєкторного управління. Нестійкі зчленовані транспортні засоби становлять серйозну загрозу для інших транспортних засобів, що рухаються в одному потоці [9]. Для зчленованих транспортних засобів характерні три типи нестабільності: змієподібний рух, складання та перекидання. Зчленований транспортний засіб, схильний до будь-якої з цих нестабільностей, може призвести до серйозних аварій. У цій роботі розроблено систему управління (NMPC), в якій застосоване роздільне гальмування коліс причепа для поліпшення стійкості зчленованого транспортного засобу. Проведені дослідження показали, що контролер NMPC може запобігти відміченим нестабільностям та покращити загальну керованість та безпеку зчленованого транспортного засобу. У роботі [10] побудовано модель нелінійної системи зчленованих транспортних засобів із сімома ступенями свободи (DOF), що включає модель динаміки транспортного засобу, модель шини та гідравлічної системи рульового керування, а також лінеаризовану ідеальну еталонну модель. Створено багаторівневий контролер крутного моменту верхнього рівня LQR та контролер стійкості зчленованого транспортного засобу PSO. Ефективність контролера крутного моменту верхнього рівня LQR для зчленованого транспортного засобу на різних швидкостях і завданнях керування порівнюється та аналізується за допомогою керування з прямим і зворотним зв'язком. Показано, що управління зчленованими транспортними засобами за допомогою контролерів LQR та PSO є кращим, ніж роздільне управління ланками транспортних засобів. У роботі [11] наведено скоординований підхід до керування тягачем з причепом, що дозволяє досягти задовільних характеристик відстеження траєкторії, одночасно гарантуючи обмеження кінематики транспортного

засобу та динамічні маневри. У цій роботі, спрямованій на вирішення проблеми відстеження шляху із затримками в контурі управління, наведено метод управління з прогнозуванням моделі, який враховує компенсацію затримок. По-перше, нелінійна модель динаміки транспортного засобу з затримкою перетворюється на лінійну дискретну систему, що змінюється в часі без затримок шляхом розширення команди затримки рульового управління до змінних стану системи, а потім вона використовується в якості прогнозуючої моделі. Розроблена модель може значно покращити надійність та стабільність системи.

У праці [12] увагу зосереджено на створенні компактних і зручних для практичного застосування математичних моделей зчленованих транспортних засобів, призначених для задач планування руху, керування та локалізації. Автори запропонували модульний алгоритмічний підхід до кінематичного моделювання неголономних багатоланкових автобусів. Такі моделі є коректними за умови чистого кочення всіх коліс без бокового ковзання, що є обґрунтованим припущенням у режимах низькошвидкісного маневрування.

У роботі [13] подано одноколієне динамічне представлення зчленованого автобуса, яке базується на припущенні про незначні поперечні прискорення передньої частини кузова та малі кути складання. Отримані результати створюють підґрунтя для більш точної оцінки динамічної поведінки автобуса та подальшого дослідження його руху на вищому рівні складності.

Математичні моделі різної складності потребують значного обсягу достовірної інформації щодо конструктивних характеристик ШЗА та параметрів шин. Окрім цього, ефективність аналізу маневреності істотно залежить від адекватного вибору розрахункової схеми, яка максимально враховує ключові чинники, що впливають на експлуатаційні властивості, а також від точності визначення сил взаємодії пневматичних шин із дорожнім покриттям [13].

З огляду на це, попередню оцінку показників маневреності доцільно виконувати, припускаючи бічну жорсткість коліс. У такому разі похибка визначення габаритних радіусів повороту, ширини габаритної смуги руху та відхилень траєкторій ведених ланок відносно ведучої не перевищує 13 % [2].

У дослідженні [15] розглянуто можливість підвищення маневреності шарнірно-зчленованого автобуса шляхом застосування динамічного способу керування, зокрема за рахунок гальмування одного з коліс візка. Водночас покращення маневрених характеристик може бути досягнуте й кінематичними методами.

Метою роботи є підвищення маневреності ШЗА шляхом використання самоустановлювальних коліс причіпної ланки.

Для досягнення мети роботи необхідно вирішити такі завдання:

- розробити схему повороту і визначити кут складання ШЗА, радіус повороту автобуса і некерованого причепа;
- визначити допустимі значення кута складання і радіуса повороту автобуса і причепа за умови виконання приписів Правил 36;
- визначити максимальну базу причепа із самоустановлювальними колесами причіпної ланки.

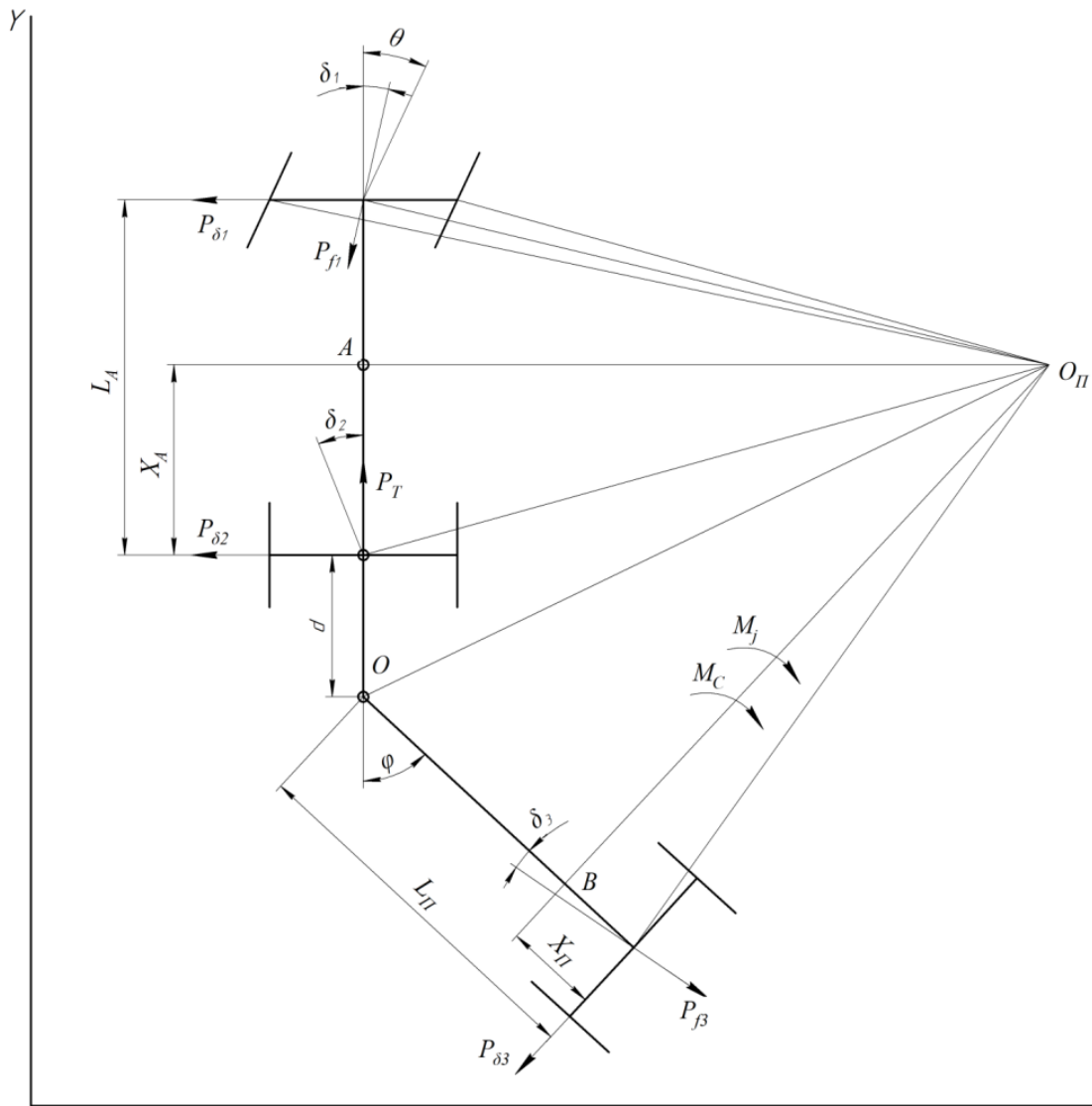
Результати дослідження

Максимально допустиму базу некерованого причепа оцінюють по габаритній смузі руху ШЗА по перехідним кривим доріг і на перехрестях [16].

При поворотах ШЗА, у складі автобуса і одновісного причепа, на його колесах з'являються бічні сили, що викликають бічне відведення, а потім і ковзання їх по поверхні дороги, що може призвести до порушення стійкості руху автопоїзда і підвищеного зношення шин коліс причепа, тобто для оцінки максимально допустимої бази причепа додатковим критерієм може служити максимально допустимий кут відведення його коліс.

На рис. 1 наведено розрахункову схему рівномірного повороту шарнірно-зчленованого автобуса. За загальної довжини транспортного засобу близько 22 м та переднього і заднього звисів по 3,0 м база як автобуса, так і причепної ланки не повинна перевищувати 8 м. Під час статичного повороту сили, що діють на осі ШЗА, зводяться до поперечних (бічних) та поздовжніх (тангенціальних), прикладених у центрах осей, а всі моменти — до результуючого моменту опору повороту. Оскільки бічні сили суттєво переважають поздовжні, при визначенні кутів відведення коліс напівпричепа впливом поздовжніх сил можна знехтувати.

Бічні сили, що виникають при повороті ШЗА, можуть бути визначені через коефіцієнти опору відведення k_{y_i} і кути відведення δ_i [16] наступними залежностями, рис.1:



X

Рис. 1. Розрахункова схема рівномірного повороту ШЗА

$$\begin{aligned}
 P_{\delta_{1\epsilon}} &= k_{\delta_{1\epsilon}}(\theta - \delta_{\delta_{1\epsilon}}) = k_{\delta_{1\epsilon}} \cdot \frac{L_A - x_A}{R_A - 0,5B}, \\
 P_{\delta_{1\zeta}} &= k_{\delta_{1\zeta}}(\theta - \delta_{\delta_{1\zeta}}) = k_{\delta_{1\zeta}} \cdot \frac{L_A - x_A}{R_A + 0,5B}, \\
 P_{\delta_{2\epsilon}} &= k_{\delta_{2\epsilon}}\delta_{\delta_{2\epsilon}} = k_{\delta_{2\epsilon}} \cdot \frac{x_A}{R_A - 0,5B}, \\
 P_{\delta_{2\zeta}} &= k_{\delta_{2\zeta}}\delta_{\delta_{2\zeta}} = k_{\delta_{2\zeta}} \cdot \frac{x_A}{R_A + 0,5B}, \\
 P_{\delta_{3\epsilon}} &= k_{\delta_{3\epsilon}}\delta_{\delta_{3\epsilon}} = k_{\delta_{3\epsilon}} \cdot \frac{x_{II}}{R_n - 0,5B}, \\
 P_{\delta_{3\zeta}} &= k_{\delta_{3\zeta}}\delta_{\delta_{3\zeta}} = k_{\delta_{3\zeta}} \cdot \frac{x_{II}}{R_n + 0,5B},
 \end{aligned} \tag{1}$$

де індекси «ε» і «ζ» відносяться відповідно до внутрішнього і зовнішнього коліс.

У рівняннях (1) коефіцієнти опору відведення як внутрішнього, так і зовнішнього колеса і коліс різних осей не рівні між собою. Проте на першому етапі розрахунків приймемо їх рівними, тобто:

$$k_{\delta_{1\epsilon}} = k_{\delta_{1\zeta}} = k_{\delta_{2\epsilon}} = k_{\delta_{2\zeta}} = k_{\delta_{3\epsilon}} = k_{\delta_{3\zeta}} \tag{2}$$

Запишемо рівняння рівноваги усіх моментів, що діють на ШЗА, відносно точки точки зчипки автобуса з причепом (точка O), рис. 1. Отримаємо:

$$(P_{\delta_{1\epsilon}} + P_{\delta_{1\zeta}})(L_A + d) + (P_{\delta_{2\epsilon}} + P_{\delta_{2\zeta}})d - (P_{\delta_{3\epsilon}} + P_{\delta_{3\zeta}})L_{II} = 0 \tag{3}$$

Розв'язок рівняння (3), з урахуванням (1), дозволяє визначити зміщення полюса повороту автобуса:

$$x_A = \frac{L_A+d}{(1+k)}, \quad (4)$$

де $k = \frac{x_{II}L_{II}}{x_A L_A}$.

У виконаних конструкціях шарнірно-зчленованих автобусів бази автобуса і причепа майже однакові, тобто для подальших розрахунків можна прийняти $L_A=L_{II}$. Тоді $k = \frac{x_{II}}{x_A}$.

З урахуванням (4), визначимо кути бічного відведення коліс осей ШЗА:

$$\begin{aligned} \theta - \delta_{\delta 1e} &= \frac{L_A(1+k)-(L_A+d)}{(1+k)(R_A-0,5B)}; & \theta - \delta_{\delta 1z} &= \frac{L_A(1+k)-(L_A+d)}{(1+k)(R_A+0,5B)}; \\ \delta_{\delta 2e} &= \frac{L_A+d}{(1+k)(R_A-0,5B)}; & \delta_{\delta 2z} &= \frac{L_A+d}{(1+k)(R_A+0,5B)}; \\ \delta_{\delta 3e} &= \frac{k(L_A+d)}{(1+k)(R_A-0,5B)}; & \delta_{\delta 3z} &= \frac{k(L_A+d)}{(1+k)(R_A+0,5B)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналіз рівнянь (5) показує, що без врахувань перерозподілу нормальних реакцій опорної поверхні на колеса осей ШЗА $\delta_{ie} > \delta_{iz}$, причому $\delta_{3e} > \delta_{2e} > \delta_{1e}$, тобто максимальну припустиму базу причепа слід оцінювати по максимальному куту бічного відведення його внутрішнього колеса.

Якщо база L_{II} і колія B причепа відповідають заданому режиму повороту ШЗА, то повинна виконуватися наступна умова [16]:

$$\delta_{3e,max} < [\delta_{3e,max}], \quad (6)$$

де $\delta_{3e,max}$ – реальний максимальний кут бічного відведення внутрішнього колеса задньої осі причепа, що залежить від режиму повороту автопоїзда; $[\delta_{3e,max}]$ – максимально допустимий кут бічного відведення того ж колеса, що залежить від характеристики шини.

Умову (6) за радіусом повороту причепа R_{IImin} запишемо у вигляді:

$$R_{IImin} > [R_{IImin}], \quad (7)$$

де R_{IImin} – реальний мінімальний радіус повороту причепа, що залежить від режиму повороту ШЗА; $[R_{IImin}]$ – мінімально допустимий радіус повороту причепа, що залежить від $[\delta_{3e,max}]$.

Умова (7) по куту складання ϕ , див. рис. 1, набуває вигляду:

$$\phi_{min} > [\phi_{min}], \quad (8)$$

де ϕ_{min} – реальний мінімальний кут складання ШЗА; $[\phi_{min}]$ – мінімально допустимий кут складання ШЗА, що залежить від R_{IImin} .

$$[\phi_{min}] = \pi - \arctg \frac{L_A+d}{R_A(1+k)} - \arctg \frac{[R_{IImin}]}{\frac{L_{II}(1+k)-k(L_A+d)}{1+k}}, \quad (9)$$

Дійсне значення кута ϕ_{min} визначають з урахуванням конкретного режиму повороту шарнірно-зчленованого автобуса. Під час дослідження маневру автопоїздів за початкову траєкторію руху тягача зазвичай приймають колову криву, тоді як вихідною вважають прямолінійну ділянку [17]. За таких умов траєкторія входу причепа описується трактрисою кола, а траєкторія виходу – трактрисою прямої.

Для зазначеного режиму повороту фактичний (розрахунковий) кут ϕ під час входу автопоїзда в криву визначається відповідно до залежностей, наведених у [16].

при $\lambda = \frac{R_{II}}{L} > 1$:

$$tg \frac{\phi}{2} = \frac{\sqrt{\lambda^2-1}[(\lambda+\sqrt{\lambda^2-1})e^{\phi\sqrt{\lambda^2-1}}+1]}{(\lambda+1)[\lambda+\sqrt{\lambda^2-1})e^{\phi\sqrt{\lambda^2-1}}-1]}, \quad (10)$$

при $\lambda = \frac{R_{II}}{L} = 1$:

$$tg \frac{\phi}{2} = \frac{1}{1+\phi}, \quad (11)$$

при $\lambda = \frac{R_{II}}{L} < 1$:

$$tg \frac{\phi}{2} = \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{1+\lambda} tg \left[\arctg \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{1-\lambda} - 0,5\theta\sqrt{1-\lambda^2} \right], \quad (12)$$

де θ – кут повороту керованих коліс автобуса.

Приймаючи до уваги максимально допустимий зовнішній габаритний радіус повороту $R_{3z} = 12,5$ м [2], мінімальний радіус повороту автобуса, база якого $L = 8,0$ м, передній звис $l_{3п} = 2,5$ м, задній звис $l_{3з} = 3,5$ м реальний радіус повороту автобуса $R_A = 6,81$ м.

База причепа складає також $L_{п} = 8,0$ м, тобто при визначенні реального мінімального кута складання ШЗА необхідно використовувати формулу (12). При цьому $\lambda = \frac{R_{п}}{L} = 0,73 < 1$. Тоді, використовуючи формулу (12), для кута складання ШЗА отримаємо $\varphi = 1,15$ рад (65,9 град) і $[\delta_{3z,max}] = 0,015$ рад.

Мінімально допустимий радіус повороту причепа:

$$[R_{пmin}] = \frac{k(L_A+d)(R_A-0,5B)}{k \cdot (L_A+d)} = R_A - 0,5B = 6,56 \text{ м}$$

Мінімально допустимий кут складання φ_{min} визначається за формулою (9) і склав:

$$[\varphi_{min}] = 0,98 \text{ рад} = 56,2^{\circ}.$$

Реальний кут складання:

$$\varphi = \arctg\left(2 \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{1+\lambda} \operatorname{tg}\left[\arctg \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{1-\lambda} - 0,5\theta\sqrt{1-\lambda^2}\right]\right) = 1,13 \text{ рад} = 64,75^{\circ},$$

де $\theta = 0,6$ рад.

Реальний мінімальний радіус повороту причепа, що залежить від режиму повороту ШЗА визначатиметься як:

$$R_{пmin} = \frac{X_{п}}{\operatorname{tg}\delta_{3z}} = \frac{k \frac{L_A+d}{1+k}}{\operatorname{tg}\left[\frac{k(L_A+d)}{(1+k)(R_A+0,5B)}\right]} = 6,23 \text{ м}. \quad (13)$$

Порівнюючи між собою значення мінімального допустимого кута складання ШЗА $[\varphi_{min}]$ і реального кута складання φ , а також реальний мінімальний радіус повороту причепа $R_{пmin}$, що залежить від режиму повороту автопоїзда, і мінімальний допустимий радіус повороту $[R_{пmin}]$ причепа, що залежить від $[\delta_{3z,max}]$, можна відмітити, що умови $\varphi_{min} > [\varphi_{min}]$ і $R_{пmin} > [R_{пmin}]$ не виконуються, тому у конструкції такого ШЗА необхідно передбачити систему управління причепом, наприклад, застосуванням самоустановлювальних коліс осі причепа.

У разі застосування самоустановлювальних коліс, рис. 2, можна прийняти, що кут бічного відведення коліс осі причепа $\delta_3 = 0$. Тоді рівняння рівноваги причепа, кути відведення і бічні сили запишуться у вигляді:

$$(P\delta_{1z} + P\delta_{1z})(L_A + d) + (P\delta_{2z} + P\delta_{2z})d = 0; \quad (14)$$

$$\theta - \delta_{\delta_{1z}} = \frac{L_A(1+k) - (L_A+d)}{(1+k)(R_A-0,5B)}; \quad \delta_{\delta_{2z}} = \frac{L_A+d}{(1+k)(R_A-0,5B)}; \quad (15)$$

$$P_{\delta_{1z}} = k_{\delta_{1z}}(\theta - \delta_{\delta_{1z}}) = k_{\delta_{1z}} \cdot \frac{L_A - X_A}{R_A + 0,5B}; \quad P_{\delta_{2z}} = k_{\delta_{2z}}\delta_{\delta_{2z}} = k_{\delta_{2z}} \cdot \frac{X_A}{R_A - 0,5B}. \quad (16)$$

Розв'язок рівняння (14) з урахуванням (1) дозволяє визначити зміщення полюса повороту X_A і кути відведення коліс першої і другої осі автобуса з урахуванням того, що коефіцієнт k дорівнює 0 (кут відведення коліс самоустановлювальної осі дорівнює 0 і миттєвий центр повороту ШЗА лежить на продовженні осі причепа). Отримане рівняння запишемо у вигляді:

$$k_{\delta_{1z}}(L_A - X_A) \frac{R_A + L_A}{R_A^2 - (0,5B)^2} \cdot (L_A + d) + k_{\delta_{2z}} X_A \cdot \frac{2R_A d}{R_A^2 - (0,5B)^2} = 0. \quad (17)$$

З урахуванням прийнятого припущення, що $k_{\delta_{1z}} = k_{\delta_{1z}} = k_{\delta_{2z}} = k_{\delta_{2z}} = k_{\delta}$ рівняння (17) запишемо у вигляді:

$$X_A[(R_A + L_A)(L_A + d) + 2R_A d] = L_A(R_A + L_A)(L_A + d) \quad (18)$$

Тоді для зміщення полюса повороту автобуса X_A отримаємо:

$$X_A = \frac{L_A(R_A + L_A)(L_A + d)}{[(R_A + L_A)(L_A + d) + 2R_A d]} \quad (19)$$

За обраних вихідних даних $L_A = 6,5$ м, $R_A = 8,21$ м, $d = 1,5$ м отримаємо $X_A = 0,264$ м.

Бічні сили на осях автобуса:

$$P_{\delta_{1z}} = k_{\delta_{1z}}(\theta - \delta_{\delta_{1z}}) = k_{\delta_{1z}} \left(L_A - \frac{L_A(R_A + L_A)(L_A + d)}{[(R_A + L_A)(L_A + d) + 2R_A d](R_A - 0,5B)} \right),$$

$$\begin{aligned}
 P_{\delta_{13}} &= k_{\delta_{13}}(\theta - \delta_{\delta_{13}}) = k_{\delta_{13}}\left(L_A - \frac{L_A(R_A+L_A)(L_A+d)}{[(R_A+L_A)(L_A+d)+2R_Ad](R_A+0,5B)}\right), \\
 P_{\delta_{26}} &= k_{\delta_{26}}\delta_{\delta_{26}} = k_{\delta_{26}}L_A \frac{L_A(R_A+L_A)(L_A+d)}{(R_A-0,5B)[(R_A+L_A)(L_A+d)+2R_Ad]}, \\
 P_{\delta_{23}} &= k_{\delta_{23}}\delta_{\delta_{23}} = k_{\delta_{23}}L_A \frac{L_A(R_A+L_A)(L_A+d)}{(R_A+0,5B)[(R_A+L_A)(L_A+d)+2R_Ad]}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

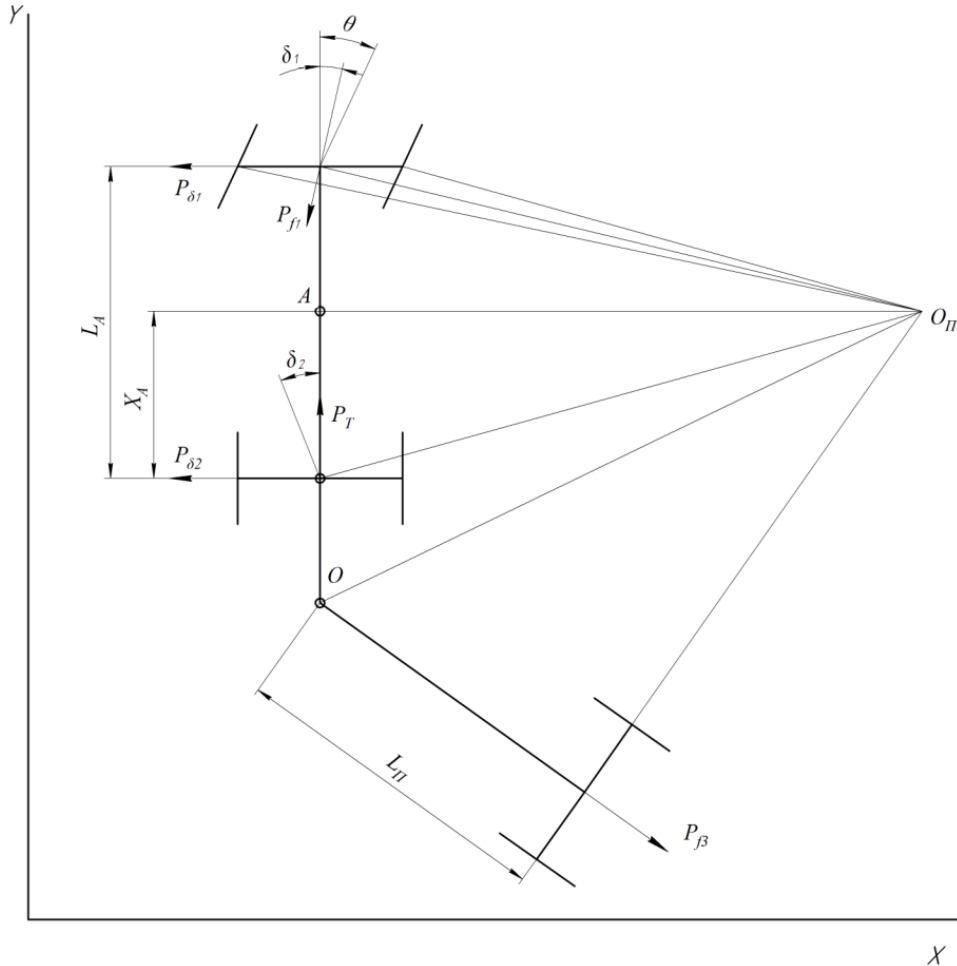


Рис. 2. Схема повороту ШЗА із самоустановлювальними колесами осі причепа

Порівняємо між собою, наприклад, внутрішні кути відведення коліс першої і другою осі автобуса. Для цього визначимо радіус повороту автобуса, виходячи із умови виконання вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002, $R_{32} = 12,5$ м. Отримаємо, м:

$$R_A = \sqrt{R_{32}^2 - (L_A - X_A)^2} - 0,5B = 8,4.$$

Тоді,

$$P_{\delta_{16}} = k_{\delta_{16}}(\theta - \delta_{\delta_{16}}) = k_{\delta_{16}}\left(L_A - \frac{L_A(R_A+L_A)(L_A+d)}{[(R_A+L_A)(L_A+d)+2R_Ad](R_A-0,5B)}\right) = 4,12k_{\delta_{16}};$$

$$P_{\delta_{26}} = k_{\delta_{26}}\delta_{\delta_{26}} = k_{\delta_{26}}L_A \frac{L_A(R_A+L_A)(L_A+d)}{(R_A-0,5B)[(R_A+L_A)(L_A+d)+2R_Ad]} = 3,92k_{\delta_{26}}.$$

Для визначення колеса, за яким слід визначати припустиму базу причепа, необхідно розглянути фактори, що впливають на коефіцієнт опору відведення. Такими факторами, у першу чергу, є величина навантажень на внутрішнє і зовнішнє колесо причепа. Для їх визначення розглянемо рух автопоїзда на повороті.

Відцентрову силу, що діє на причіп можна записати у вигляді:

$$P_{Bn} = m_n \frac{v^2}{R}, \tag{21}$$

де m_n – маса, що припадає на причіп; v – швидкість руху автопоїзда; R – радіус повороту причепа.

Сила опору коченню причепа:

$$P_f = G_n f, \quad (22)$$

де f – коефіцієнт опору коченню коліс причепа.

Нормальні реакції опорної поверхні, що діють на внутрішнє і зовнішнє колесо причепа записані у вигляді:

$$Z_6 = \frac{a_n}{2L_n} G_n - \frac{h_{g1}}{2L_n} P_{jx} - \frac{h_{g1}}{2B} P_{Bn}; \quad Z_3 = \frac{a_n}{4L_n} G_n - \frac{h_{g1}}{2L_n} P_{jxi} + \frac{h_{g1}}{2B} P_{Bn}, \quad (23)$$

де a_n – відстань від центра мас причепа до точки зчипки з автобусом; h_{g1} – висота центра мас причепа; G_n – сила тяжіння від повної маси причепа; P_{jx} – сила опору кочення причепа.

Розрахунок нормальних реакцій опорної поверхні на колеса осі причепа виконаємо за таких вихідних даних [15]:

- маса, що припадає причіп $m_n = 10000$ кг;
- сила тяжіння від повної маси причепа – $G_n = 98,1$ кН;
- база причепа 8 м;
- висота центра мас причепа – $h_{gn} = 1,15$ м;
- колія причепа $B = 2100$ мм;
- швидкість руху автопоїзда – $v = 5,0$ м/с;
- рух автопоїзда – усталений, $P_{jlx} = 0$;
- коефіцієнт опору коченню коліс причепа, $f = 0,02$;
- мінімально припустимий радіус повороту некерованого напівпричепа $[R_{nmin}] = 6,56$ м.

За таких вихідних даних відцентрова сила, сила опору коченню причепа і нормальні реакції опорної поверхні, що діють на внутрішні і зовнішні колеса причепа, склали

$$P_{Bn} = \frac{m_n v^2}{R} = 38110 \text{ Н}, \quad (24)$$

$$P_f = G_n f = 1962 \text{ Н}, \quad (25)$$

$$Z_6 = \frac{a_n}{2L_n} G_n - \frac{h_{gn}}{4L_n} P_{jx} - \frac{h_{gn}}{B} P_{Bn} = 38172 \text{ Н} \quad Z_3 = \frac{a_n}{2L_{nn}} G_n - \frac{h_{g1}}{4L_{nn}} P_{jxi} + \frac{h_{g1}}{2B} P_{Bn} = 59928 \text{ Н} \quad (26)$$

За такої суттєвої зміни реакцій по бортам возика напівпричепа необхідно враховувати зміну коефіцієнта опору бічному відведенню коліс його осей від нормального навантаження на колесо. У роботі [2] Д. А. Антонов для визначення бічної реакції на колесах осей автомобіля запропонував залежність:

$$Y = q k_{e3} \delta, \quad (27)$$

де $q = q_N q_T q_\phi q_\gamma q_\approx q_{cp} q_{zy} q_{ny}$; k_{e3} – екстремальне значення коефіцієнта k_{np} в залежності від нормальної реакції в контактні колеса з опорною поверхнею; q_N – коефіцієнт впливу на відведення перерозподілу нормальних опорних реакцій; q_T – коефіцієнт впливу тягових і гальмівних сил; q_γ – коефіцієнт кута нахилу площини колеса до опорної поверхні; q_{uz} – коефіцієнт тиску повітря в шині; q_{e3} – коефіцієнт відведення задніх керованих коліс; q_{ne} – коефіцієнт несталого відведення; q_ϕ – коефіцієнт урахування якості дорожнього покриття; q_\approx – коефіцієнт урахування коливань колеса виникаючих при русі по нерівній поверхні; q_{cp} – у випадку руху колеса по ґрунтовій дорозі.

За експлуатації автопоїзда на дорогах із твердим покриттям та за умови номінального тиску повітря в шинах для причепа можна прийняти наступне [2]:

$$q_\approx = q_{cp} = q_{e3} = q_{ne} = q_\gamma = q_{uz} = q_\phi = q_T = 1. \quad (28)$$

Тоді одержимо:

$$Y = q_N k_{e3} \delta. \quad (29)$$

Коефіцієнт q_N , що входить у вираз (28), визначається як [2]:

$$q_N = 1 - 0,6 \left(\frac{\Delta R_{ZE}}{R_{ZE}} \right)^2 + 0,4 \left(\frac{\Delta R_{ZE}}{R_{ZE}} \right)^3 - 0,1 \left(\frac{\Delta R_{ZE}}{R_{ZE}} \right) - 0,1 \left(\frac{\Delta R_{ZE}}{R_{ZE}} \right)^2 \operatorname{sgn} \frac{\Delta R_{ZE}}{R_{ZE}}, \quad (30)$$

де $\Delta R_{ZE} = R_Z - R_{ZE}$; R_Z – нормальна реакція опорної поверхні на колеса возика напівпричепа; R_{ZE} – нормальна реакція опорної поверхні, що відповідає екстремальному значенню коефіцієнта опору бічному відведенню; k_{e3} – екстремальне значення коефіцієнта опору бічному відведенню для шини 275/70 R22,5, $k_{e3} = 89,85$ кН/рад;

Нормальна реакція опорної поверхні, що відповідає екстремальному значенню коефіцієнта опору бічному відведенню визначається як [2]

$$R_{Z\epsilon} = R_{Z_{ном}} - 0,0726 \left(\frac{HD}{B}\right)^2 \left(\frac{d}{B}\right)^2 \left(\frac{n_{cl}+8}{n_{cl}}\right) H(D^2 - d^2)^2 \left[3,75R_{Z_{ном}} + 15 - 1000 \left(\frac{n_{cl}}{n_{cl}+10}\right) DB^2 \sqrt{\frac{B}{H}} \right], \quad (31)$$

де $R_{Z_{ном}}$ – нормальна реакція опорної поверхні, що відповідає номінальному тиску повітря в шині 275/70 R22,5, що встановлена на причепі, $R_{Z_{ном}} = 73500$ Н; H – висота профілю шини, $H = 0,193$ м; D, d – зовнішній і внутрішній діаметри шини, $D = 0,957$ м, $d = 0,576$ м; B – ширина профілю шини, $B = 0,275$ м; n_{cl} – кількість шарів корду шини, $n_{cl} = 8$.

Для цих шин нормальна реакція опорної поверхні, що відповідає екстремальному значенню коефіцієнта опору бічному відведенню, склала $R_{ZE} = 92,89$ кН.

На рис. 3 наведено графік зміни корегуючого коефіцієнта q_N , що визначає вплив вертикального навантаження на опір відведенню колеса, який склав:

- для шин коліс зовнішнього борту $q_{N3} = 0,9881$;
- для шин коліс внутрішнього борту $q_{N6} = 0,9987$.

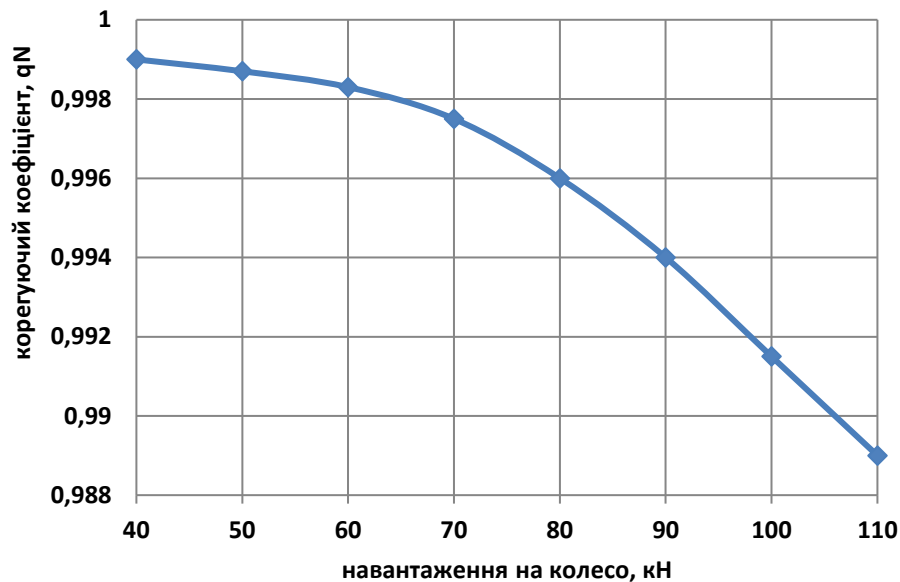


Рис. 3. Зміна корегуючого коефіцієнта, що визначає вплив вертикального навантаження на опір відведенню колеса причепа

Якщо прийняти, що бічна сила однаково діє на праве і ліве колесо причепа, і екстремальне значення коефіцієнта опору відведенню також однакове, тоді максимальну припустиму базу причепа із самоустановлювальною віссю слід оцінювати по максимальному куту бічного відведення зовнішнього колеса задньої осі автобуса.

Приймаючи ті ж умови, що і для некерованого причепа і такі, що відповідають заданому режиму повороту ШЗА, отримаємо:

$$\delta_{23,max} < [\delta_{23,max}], \quad (32)$$

$$\delta_{\delta_{23}} = \frac{L_A + d}{(1+k)(R_A + 0,5B)}, \quad (33)$$

$$R_{Imin} > [R_{Imin}], \quad (34)$$

Мінімально допустимий радіус повороту причепа визначається за умови виконання вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002, тобто $[R_{Imin}] = R_{вг} + 0,5B = 5,3 + 1,25 = 6,55$ м.

$$\varphi_{min} > [\varphi_{min}], \quad (35)$$

Допустимий кут $[\varphi_{min}]$ визначається з рівняння (9) за умови, що коефіцієнт k дорівнює 0.

$$[\varphi_{min}] = \pi - \arctg \frac{L_A+d}{R_A} - \arctg \frac{R_{Amin}}{L_{II}} = 0,85 \text{ рад.}$$

Дійсний кут не змінився у порівнянні з ШЗА з некерованим причепом і склав $\varphi_{min} = 0,98$ рад.

Дійсний радіус повороту причепа дорівнює радіусу повороту автобуса за колового руху ШЗА і склав $R_{nmin} = 8,4$ м.

Таким чином, у разі застосування самоустановлювальних коліс осі причепа умови $\varphi_{min} > [\varphi_{min}]$ і $R_{IImin} > [R_{IImin}]$ виконуються, і автобусний поїзд із самоустановлювальною віссю причепа загальною довжиною 22 м задовольняє вимогам ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 щодо маневреності.

Обговорення результатів

Автобуси відіграють значну роль у системі громадського транспорту та міжміському сполученні. Світовий парк налічує більше 500 млн. одиниць різної пасажиромісткості – від особливо малої до особливо великої. Для раціональної організації перевезень пасажирів у великих містах частка автобусів великої та особливо великої місткості повинна складати від 30 до 60%. Автобуси великої і особливо великої місткості, як правило, шарнірно-зчленовані (ШЗА) пасажиромісткістю від 180 до 250 пасажирів та габаритною довжиною до 18,5 м, що необхідно для виконання вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002.

В Україні Правилами дорожнього руху дозволена загальна довжина автопоїзда на рівні 22,0 м. За такої довжини пасажиромісткість ШЗА значно збільшується, проте відкритими залишаються питання маневреності і стійкості руху таких автобусів. Поліпшити маневреність таких ШЗА можливо за рахунок управління колесами причіпної секції, яке може бути як динамічним (шляхом гальмування одного із коліс причепа на повороті), так і кінематичним, зокрема за рахунок самоустановлювальних коліс причепа. За наявності некерованих коліс причіпної ланки під час повороту ШЗА на них діють значні поперечні навантаження. У результаті спочатку відбувається бічне відведення коліс, а згодом можливе їх ковзання по дорожній поверхні, що здатне погіршити курсову стійкість автопоїзда.

У зв'язку з цим при визначенні максимально допустимої бази некерованого причепа доцільно враховувати додатковий критерій – гранично допустимий кут відведення його коліс. За розробленою математичною моделлю проведено порівняння мінімального допустимого кута складання і радіуса повороту причепа з реальними їх значеннями, за яким було встановлено, що ШЗА з некерованим причепом не задовольняє вимог ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002.

У разі застосування самоустановлювальних коліс бічні сили на осі причепа наближаються до нуля. При цьому мінімальний кут складання і мінімальний радіус повороту причепа перевищують допустимі і ШЗА задовольняє вимогам ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 щодо маневреності, проте відкритим залишається питання щодо стійкості руху такого автобуса, що необхідно вирішувати.

Висновки

Показано, що максимально допустиму базу некерованого причепа можна визначати по габаритній смузі руху ШЗА з урахуванням бічних сил, що виникають на колесах його осей, при цьому додатковим критерієм для оцінки максимально допустимої бази причепа може служити максимально допустимий кут відведення його коліс.

Встановлено, що ШЗА з некерованим причепом з базою 8 м не задовольняє вимог нормативних документів. У разі застосування самоустановлювальних коліс причепа мінімальний кут складання і мінімальний радіус повороту причепа перевищують допустимі і ШЗА задовольняє вимогам ДСТУ UN/ECE R 36-03:2002 щодо маневреності, проте відкритим залишається питання щодо стійкості руху такого автобуса, що необхідно вирішувати.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] А. М. Редзюк, В. Ф. Штанов, «Концепція розвитку пасажирських перевезень», Автошляховик України, окремих випуск «Проблеми розвитку автомобільного транспорту», №1, с. 18–23, 2000.
- [2] В. П. Сахно, В. М. Поляков, С. М. Шарай, І. С. Мурований, О. Є. Омельницький, Шарнірно-зчленовані автобуси. Маневреність та стійкість: монографія, Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2021, 288 с.
- [3] ПДР 2025 України з ілюстраціями, коментарями та відео. [Онлайн]. Доступно: <https://vodiy.ua/pdr/>.
- [4] M. M. Michałek, B. Patkowski, and T. Gawron, "Modular Kinematic Modelling of Articulated Buses," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 69, no. 8, pp. 8381–8392, Aug. 2020.
- [5] M. Michałek, "Non-minimum-phase property of N-trailer kinematics resulting from off-axle interconnections," International Journal of Control, vol. 86, no. 4, pp. 740–758, 2013.

- [6] C. Altafini, "Some properties of the general n-trailer," *International Journal of Control*, vol. 74, no. 4, pp. 409–424, 2001. DOI: 10.3390/s20164571. PMID: 32824028.
- [7] M. M. Michałek, "Modular tracking controller for N-trailers with non-zero hitching offsets," in *Proc. 2015 American Control Conference*, Chicago, USA, 2015, pp. 5371–5376.
- [8] W. Wang, G. Li, and S. Liu, "Research on Trajectory Tracking Control of a Semi-Trailer Train Based on Differential Braking," *World Electric Vehicle Journal*, vol. 15, no. 1, p. 30, 2024. Publisher: MDPI AG. DOI: 10.3390/wevj15010030.
- [9] J. Catterick, T. Botha, and S. Els, "Articulated Vehicle Stability Control Using Brake-Based Torque Vectoring on Trailer Using Nonlinear Model Predictive Control," *SAE International Journal of Commercial Vehicles*, vol. 16, no. 1, pp. 111–126, 2023. DOI: 10.4271/02-16-01-0007.
- [10] T. L. Lei, X. C. Gu, and J. X. Wang, "PSO-Based Variable Parameter Linear Quadratic Regulator for Articulated Vehicles Snaking Oscillation Yaw Motion Control," *Actuators*, vol. 11, no. 11, art. no. 337, Nov. 2022. DOI: 10.3390/act11110337.
- [11] M. Yue, X. Q. Hou, R. J. Gao, and J. Chen, "Trajectory tracking control for tractor-trailer vehicles: a coordinated control approach," *Nonlinear Dynamics*, vol. 91, no. 2, pp. 1061–1074, Jan. 2018. DOI: 10.1007/s11071-017-3928-9.
- [12] M. Michałek, B. Patkowski, and T. Gawron, "Modular Kinematic Modelling of Articulated Buses," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020. DOI: 10.1109/TVT.2020.2999639.
- [13] H. A. Dang and J. Kovanda, "Determination of Trajectory of Articulated Bus Turning along Curved Line," *Transactions on Transport Sciences*, vol. 7, no. 1, 2014. DOI: 10.2478/trans-2014-0002.
- [14] V. Sakhno, I. Murovany, S. Sharai, and V. Seleznev, "Comparative evaluation of maneuverability of large and extra-large class buses," in *Proc. Mobile Machines International Scientific Conference*, Kaunas, Lithuania, 2017, pp. 38–47.
- [15] В. П. Сахно, М. М. Маяк, А. С. Котенко, До порівняльної оцінки шарнірно-зчленованих автобусів з різними силовими установками, *Сучасні технології в машинобудуванні і на транспорті*, №2, с. 197–207, 2024.
- [16] В. П. Сахно, Р. М. Марчук, В. П. Онишук, В. М. Придюк, До визначення кутів відведення осей ланок автопоїзда-контейнеровоза, *Вісник Національного транспортного університету*, вип. 20, с. 80–83, Київ: НТУ, 2010.
- [17] В. М. Поляков, В. П. Сахно, Триланкові автопоїзди. Маневреність, Київ: Національний транспортний університет, 2013, 200 с. ISBN 978-617-579-918-5.

Стаття надійшла до редакції 21.01.2026 р.

Прийнята до друку після рецензування 18.03.2026 р.

Опублікована 30.03.2026

Котенко Андрій Степанович – аспірант кафедри автомобілів і транспортних технологій, <https://orcid.org/0009-0004-5506-9985>, e-mail: kotenko.a0015@lntu.edu.ua

Луцький національний технічний університет, м. Луцьк

A. Kotenko

Determination of maneuverability of an articulated bus with self-steering wheels on the trailer axle

Lutsk National Technical University

The article investigates the features of ensuring the maneuverability of articulated buses of large and extra-large capacity with a total length of up to 22.0 m. In global practice, articulated buses are widely used; however, their operation is associated with a number of structural and operational limitations, particularly related to maneuverability and vehicle stability. In Ukraine, the Traffic Regulations permit a maximum road train length of up to 22 m, which makes it possible to increase passenger capacity. At the same time, this complicates the achievement of regulatory maneuverability parameters in accordance with the requirements of DSTU UN/ECE R 36-03:2002. In this regard, studying the motion parameters of articulated buses and searching for constructive solutions that can ensure the required maneuverability and stability of such vehicles is an important task.

The paper examines the turning characteristics of an articulated bus consisting of a bus and a single-axle trailer. It is shown that when the trailer wheels are non-steered, lateral forces occur during turning, causing lateral slip angles and subsequent sliding of the wheels along the road surface. This may lead to deterioration of the road train stability; therefore, an additional criterion for estimating the maximum allowable trailer wheelbase is proposed, namely the maximum permissible slip angle of its wheels. Based on the developed mathematical model, a comparison of the minimum permissible articulation angle and the turning radius of the trailer with their actual values was performed. The results show that an articulated bus with a non-steered trailer with a wheelbase of 8 m does not satisfy the maneuverability requirements of the regulatory document DSTU UN/ECE R 36-03:2002.

It is shown that when self-steering wheels of the trailer axle are used, the lateral forces acting on the trailer axle approach zero. Under such conditions, the minimum articulation angle and the minimum turning radius of the trailer exceed the permissible values, and the articulated bus satisfies the maneuverability requirements of DSTU UN/ECE R 36-03:2002. However, the issue of ensuring the stability of motion of such a bus remains open and requires further investigation.

Keywords: articulated bus, lateral forces, slip angle, articulation angle, maneuverability, turning radius, overall length.

Kotenko Andrii – Ph. D. Student of the Department of Automobiles and Transport Technologies, <https://orcid.org/0009-0004-5506-9985>, e-mail: kotenko.a0015@lntu.edu.ua