

## ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВІДНОВЛЕННЯ ПІДШИПНИКІВ КОВЗАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОЛІМЕРІВ

Вінницький національний технічний університет

У статті розглянуто проблему підвищення ресурсу та точності роботи підшипників ковзання шляхом удосконалення технологій їх відновлення із застосуванням полімерних та полімер-композиційних матеріалів. Показано, що в умовах експлуатаційних навантажень, тертя та зношування порушення геометричної точності підшипникових поверхонь істотно впливає на працездатність вузла, зумовлюючи зростання контактних напружень, вібрацій і енергетичних втрат. Обґрунтовано доцільність використання полімерних покриттів як альтернативи традиційним методам ремонту, що супроводжуються значним тепловим впливом і залишковими деформаціями.

Метою роботи є розроблення фізико-математичної моделі процесу відновлення підшипників ковзання з полімерним покриттям, яка забезпечує кількісне прогнозування контактних характеристик, напружено-деформованого стану та довговічності вузла тертя на основі обмеженої кількості фізично обґрунтованих параметрів. У межах дослідження сформовано контактну модель взаємодії системи «вал – полімерний шар – металева втулка» з урахуванням припущень лінійної теорії пружності, гладкого контакту та ізотропних властивостей матеріалів.

Запропонований математичний опис базується на рівняннях рівноваги суцільного середовища, зв'язках напружень і деформацій для лінійно-еластичної матриці полімерного матеріалу та узагальненій герцівській контактній постановці. Отримано аналітичний вираз для епюри контактної тиску, яка характеризується плавним розподілом навантаження з максимумом у центральній зоні контакту та нульовими значеннями на межах контактної області. Така форма розподілу узгоджується з фізичною природою пружного контакту та результатами відомих трибологічних досліджень.

Проведено аналіз впливу складу полімерної композиції на ефективний модуль пружності, контактні напруження та ширину зони контакту. Показано, що зміна наповнювачів і матриці полімерного матеріалу дозволяє цілеспрямовано керувати контактними характеристиками та знижувати інтенсивність зношування. Як завершальний елемент моделі запропоновано критерій працездатності й довговічності підшипника ковзання, що поєднує результати контактної аналізи з узагальненим законом зношування та дає змогу прогнозувати ресурс вузла на етапі проектування або відновлення.

**Ключові слова:** підшипник ковзання; полімерне покриття; контактний тиск; фізико-математична модель; зношування; довговічність.

### Вступ

Підшипники ковзання є критично важливими елементами машин та механізмів, що працюють в умовах значних навантажень, тертя та зношування. У процесі експлуатації геометрична точність підшипникових поверхонь порушується, що призводить до зниження ресурсу вузла, підвищення вібрацій та енергетичних втрат. Традиційні методи відновлення, зокрема наплавлення та механічна обробка, не завжди забезпечують необхідну точність і можуть спричинити термічні деформації.

Останніми роками значну увагу приділяють використанню полімерних і полімер-композиційних матеріалів для ремонту та відновлення підшипників ковзання. Їхні переваги полягають у високій адгезії до металів, демпфувальних властивостях, низькому коефіцієнті тертя та можливості формування робочої поверхні без значного теплового впливу. Водночас ефективність таких технологій значною мірою залежить від правильного вибору складу полімерної композиції та прогнозування напружено-деформованого стану в зоні контакту.

Метою роботи є розроблення фізико-математичної моделі процесу відновлення підшипників ковзання, яка дозволила б оцінювати точність відновлення, контактні напруження та вплив властивостей полімерного шару на роботу вузла.

### Результати дослідження

Полімерні композиційні матеріали (ПКМ) займають важливе місце серед конструкційних і функціональних матеріалів для вузлів тертя та підшипників ковзання завдяки поєднанню низького коефіцієнта тертя, зносостійкості, корозійної стійкості та можливості цілеспрямованого формування властивостей. У фундаментальній оглядовій роботі К. Фрідріха [1] показано, що полімерні композити

можуть ефективно працювати в умовах сухого та граничного тертя, де традиційні металеві матеріали демонструють підвищений знос і втрати на тертя.

Згідно з [1], ключовою перевагою ПКМ є можливість керування їх трибологічними властивостями за рахунок варіювання типу полімерної матриці, виду та концентрації наповнювачів, а також умов формування поверхневих шарів у зоні контакту.

Фрідріх [1] систематизує трибологічну поведінку ПКМ через аналіз таких механізмів:

- адгезійна та абразивна складові зносу;
- пружно-пластична деформація полімерної матриці;
- формування та стабільність трансферної плівки на контртілі.

Особливо наголошується, що ефективність ПКМ у підшипниках ковзання визначається не лише механічними характеристиками матеріалу, а й його здатністю формувати рівномірну, стабільну трансферну плівку, яка знижує коефіцієнт тертя та обмежує контакт «матеріал–матеріал» [1], [2].

Сучасні дослідження підтверджують, що склад і морфологія трансферної плівки суттєво впливають на інтенсивність зношування, особливо за підвищених температур і контактних навантажень [3].

В огляді [1] показано, що введення наповнювачів у полімерну матрицю має багатофакторний вплив: короткі та безперервні волокна підвищують несучу здатність і стабільність форми; тверді частинки та нанонаповнювачі (SiC, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, графіт, MoS<sub>2</sub>) зменшують знос і сприяють формуванню захисних плівок.

Подальші роботи підтверджують, що гібридні системи наповнювачів забезпечують синергетичний ефект, поєднуючи механічну міцність і низьке тертя [4], [5]. Це є особливо важливим для підшипників ковзання, де одночасно діють контактні та теплові навантаження.

Після публікації роботи Фрідріха [1] дослідження ПКМ у вузлах тертя активно розвиваються в таких напрямках:

- застосування термопластичних і термореактивних матриць з підвищеною теплостійкістю;
- використання нанокмозитів із контрольованим міжфазним шаром;
- поєднання експериментальних досліджень із чисельним моделюванням контактної взаємодії [6], [7].

Окрему увагу приділяють умовам реальної експлуатації підшипників ковзання – змінному навантаженню, нагріву, змащуванню та геометричній невизначеності контакту [6].

Попри значний обсяг досліджень, у роботі [1] та сучасних публікаціях [3], [6] окреслено низку невирішених питань, таких як: відсутність універсальних фізико-математичних моделей, що одночасно враховують контакт Герца, температурні ефекти та деградацію полімерної матриці; недостатня кількість досліджень, присвячених відновленню підшипників ковзання з полімерними композиціями; обмежена кількість робіт, що поєднують моделювання та експериментальну верифікацію з урахуванням реальної шорсткості поверхонь.

Ці аспекти обґрунтовують актуальність подальших досліджень, спрямованих на створення комплексних моделей процесу відновлення підшипників ковзання з використанням полімерних композитів.

Таблиця 1

Основні результати досліджень полімерів для трибологічних застосувань [1-7]

Напрямок дослідження	Основні результати	Джерело
Базові механізми тертя та зносу	Роль матриці, наповнювачів і трансферної плівки	[1]
Вплив нанонаповнювачів	Зменшення зносу, стабілізація коефіцієнта тертя	[4], [5]
Трансферні плівки	Ключовий фактор зниження зносу	[2], [3]
Реальні умови експлуатації	Необхідність мультифізичного моделювання	[6], [7]

Підшипники ковзання в машинобудуванні, гідроенергетиці та подібних галузях вимагають матеріалів з низьким коефіцієнтом тертя та високою зносостійкістю. Традиційні рішення на основі металевих сплавів мають високі трибологічні властивості при масляному змащенні, але не можуть забезпечити екологічно безпечну роботу в умовах водної або безмасляної системи через ризик забруднення навколишнього середовища [8]. Тому зростає інтерес до полімерних композиційних матеріалів (ПКМ), що поєднують самозмащувальні властивості зі здатністю працювати в умовах граничного/сухого тертя [8].

У своїй роботі [8] автори розглядають і експериментально розроблені композити, і комерційні самозмащувальні матеріали, придатні для застосування у водних умовах, що характерно для підшипників гідротурбін. Ця робота є однією з небагатьох, де проведено системне порівняння

підшипникових ПКМ за різних умов змащення (сухе, вода, екологічно адаптований мастильний розчин – EAL), що робить її цінною базою для аналізу сучасного стану досліджень.

Авторами у роботі [8] протестовано самозмащувальні композити (ThorPlas, Orkot, PAI Duratron та Tecatron PVX), а також експериментально розроблені композити на основі PPS та UHMWPE з включенням графен оксиду (GO), коротких вуглецевих волокон (SCF), нанодіамантів (ND) та багатооболонкових вуглецевих нанотрубок (MWCNT). Результати порівняно з іншими роботами, які показують, що поєднання різномасштабних наповнювачів сприяє синергетичному поліпшенню механічних і трибологічних характеристик ПКМ [8].

Комерційні матеріали, як правило, складаються з базових полімерних матриць з додаванням твердих мастильних частинок чи волокон, що забезпечують стабільність ковзання і підвищують носійну здатність.

Одним із ключових компонентів трибологічної поведінки є жорсткість та твердість матеріалу, що прямо впливає на контактні характеристики та знос. У дослідженні автори проводять nanoindentation і виявляють значні відмінності у твердості між матеріалами: бронза має найвищу твердість, тоді як UHMWPE-базований композит і PVX демонструють нижчі значення; комерційні Thorplas і Orkot мають проміжні значення, а PPS з експериментальної групи – значно вищу твердість порівняно з PVX. Це узгоджується з уявленнями про те, що твердість і механічна стабільність матеріалу є критичними для зносостійкості [8]. Також наголошується, що структурні особливості поверхні композитів можуть локально змінювати вимірювану твердість, особливо коли в матриці присутні волокна й наночастинки.

Як показано у фундаментальних роботах [1, 9-12], трибологічна поведінка полімерних композицій у вузлах тертя визначається складною взаємодією механічних, теплових та структурних факторів, зокрема модуля пружності, повзучості, коефіцієнта тертя та теплопровідності матеріалу. Однак у зазначених дослідженнях основний акцент зроблено на експериментальному аналізі матеріалів, без формування узагальненої аналітичної моделі навантажувальної здатності підшипника.

Подальший розвиток теоретичних підходів представлено в роботах авторів [9-12], де запропоновано математичну модель навантажувальної здатності та довговічності метал-полімерних підшипників ковзання з композитними втулками. Автори враховують еластичну деформацію полімерної втулки, контактний тиск та знос, що є суттєвим кроком у порівнянні з класичними моделями для металевих підшипників.

Разом із тим, на відміну від моделі, у якій температурний режим у зоні тертя враховується опосередковано, у даній роботі теплове навантаження розглядається як окрема підсистема, що безпосередньо впливає на зміну пружно-деформаційних властивостей полімерного шару в процесі відновлення підшипника.

Крім того, на відміну від підходу, орієнтованого переважно на експериментальну трибологічну характеристику полімерних композитів, у цій роботі запропоновано фізико-математичну модель, яка поєднує: контактну задачу Герца для системи «вал – полімерний шар»; тепловий баланс у зоні тертя; зміну геометрії та властивостей поверхні внаслідок процесу відновлення.

Таким чином, запропонований підхід дозволяє перейти від якісного та матеріалознавчого аналізу до кількісного прогнозування точності обробки, навантажувальної здатності та ресурсу відновлених підшипників ковзання.

Процес відновлення підшипників ковзання з використанням полімерних композицій супроводжується складною взаємодією контактно-механічних, трибологічних і теплових явищ, що безпосередньо впливають на точність обробки, навантажувальну здатність і довговічність вузла тертя. У зв'язку з цим виникає необхідність розроблення узагальненої фізико-математичної моделі, здатної адекватно описувати напружено-деформований стан відновленого підшипника з урахуванням специфіки полімерного шару.

Контактна взаємодія між валом і відновленим полімерним покриттям підшипника ковзання є визначальним фактором формування напружено-деформованого стану вузла тертя та його експлуатаційних характеристик. Для адекватного опису цієї взаємодії доцільним є застосування положень теорії пружного контакту, адаптованої до умов роботи металополімерних пар тертя.

У розглянутій системі контакт реалізується між жорстким сталевим валом радіуса  $R_1$  та втулкою  $R_2$ , внутрішня поверхня якої сформована полімерним покриттям товщиною  $h$ . У більшості практичних випадків модуль пружності сталі на порядок перевищує модуль пружності полімерної композиції, що дозволяє прийняти вал абсолютно жорстким тілом, а деформації локалізувати переважно в полімерному шарі [13,14].

Механічну систему підшипникового вузла ковзання та відповідну розрахункову схему контактної взаємодії вала з полімерним покриттям наведено на рис. 1.

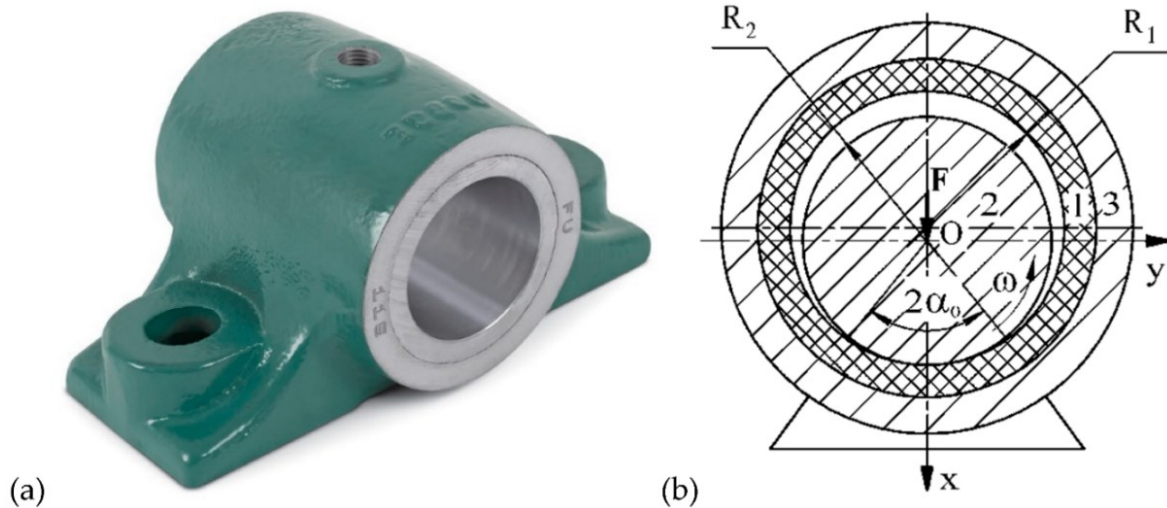


Рис. 1. Загальний вигляд підшипникового вузла ковзання та розрахункова схема контактної взаємодії вала з полімерним покриттям [13]: (а) загальний вигляд корпусного підшипникового вузла ковзання з втулкою; (б) розрахункова схема контакту вала з полімерним покриттям підшипника ( $R_1$  – зовнішній радіус втулки;  $R_2$  – внутрішній радіус втулки;  $O$  – центр вала;  $F$  – радіальне навантаження;  $\omega$  – кутова швидкість обертання вала; 1 – металева втулка; 2 – вал; 3 – полімерне покриття)

Як показано на рис. 1, б, контакт між валом і полімерним шаром реалізується в умовах радіального навантаження  $F$ , при цьому деформації локалізуються переважно в зоні покриття, а вал і металева втулка можуть розглядатися як відносно жорсткі тіла. Контакт вала з покриттям носить лінійний (циліндричний) характер, а зона контакту має скінченну ширину, яка формується внаслідок пружної деформації матеріалу покриття під дією зовнішнього навантаження. Таким чином, задача контакту зводиться до визначення розподілу контактної тиску та поля переміщень у полімерному шарі.

Контактна задача формулюється в межах лінійної теорії пружності для ізотропного матеріалу. Напружено-деформований стан полімерного покриття описується рівняннями рівноваги:

$$\nabla \cdot \sigma = 0, \quad (1)$$

де  $\sigma$  – тензор напружень.

Зв'язок між напруженнями та деформаціями визначається узагальненим законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

де  $\lambda, \mu$  – коефіцієнти Ламе, які пов'язані з модулем Юнга  $E$  та коефіцієнтом Пуассона  $\nu$ :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (3)$$

Кінематичні співвідношення між деформаціями та переміщеннями задаються у вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

де  $u_i$  – компоненти вектора переміщень.

На зовнішній поверхні металевої втулки задається умова жорсткого закріплення, що відповідає ідеальному зчепленню полімерного шару з металевою основою:  $u = 0$ .

На контактній поверхні «вал – полімерне покриття» формулюються односторонні контактні умови, які виключають взаємне проникнення тіл:

$$g_n(x) \geq 0, \quad p_n(x) \leq 0, \quad g_n(x) \cdot p_n(x) = 0, \quad (5)$$

де  $g_n(x)$  – нормальний зазор між валом і покриттям;  $p_n(x)$  – контактний тиск.

Контактний тиск прикладається вздовж нормалі до поверхні контакту та є змінною величиною, що визначається з умови рівноваги та сумарного прикладеного навантаження:

$$\int_{S_c} p_n dS = F, \quad (6)$$

де  $S_c$  – зона контакту;  $F$  – зовнішнє радіальне навантаження.

У разі врахування тертя дотичні напруження можуть описуватися законом сухого тертя Кулона:

$$|\tau_t| \leq \mu |p_n|, \quad (7)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя.

Для первинної оцінки контактних параметрів може бути використана класична теорія Герца для циліндричного контакту [15]. Згідно з цією теорією, розподіл контактної тиску має напівеліптичний характер:

$$p(x) = p_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad (8)$$

де  $a$  – півширина зони контакту;  $p_{max}$  – максимальний контактний тиск.

Однак класична теорія Герца виходить із припущення про напівпростір, що не враховує скінченну товщину полімерного шару та наявність жорсткої металевої основи втулки. Для підшипників ковзання з відновленим покриттям ці фактори суттєво впливають на рівень контактних напружень, що було підтверджено в роботах [16-18].

Для підвищення точності контактної моделі полімерне покриття розглядається як пружний шар скінченної товщини, жорстко з'єднаний з металевою втулкою. У цьому випадку контактний тиск визначається не лише навантаженням і радіусом вала, а й співвідношенням  $h/R$  та відносною жорсткістю матеріалів.

Аналітично така задача приводить до інтегрального рівняння типу Фредгольма першого роду відносно контактної тиску:

$$\delta(x) = \int_{-a}^a p(\xi) K(x - \xi) d\xi, \quad (9)$$

де  $\delta(x)$  – локальна пружна деформація шару;  $K(x - \xi)$  – ядро, що враховує властивості матеріалу та товщину шару.

У загальному випадку розв'язання такого рівняння виконується чисельними методами [18, 19].

Для практичної реалізації контактної моделі в роботі використовується метод кінцевих елементів, який дозволяє:

- урахувати скінченну товщину полімерного шару;
- моделювати неоднорідність механічних властивостей композиційного матеріалу;
- реалізувати нелінійні контактні умови.

Контакт між валом і покриттям задається за допомогою контактних елементів типу surface-to-surface з умовами непроникнення та можливістю врахування тертя за законом Кулона. Результатом розрахунку є поле контактної тиску, еквівалентних напружень та переміщень, які використовуються для подальшої оцінки навантажувальної здатності та довговічності підшипника [20, 21].

Запропонована фізико-математична модель дозволяє встановити кількісний зв'язок між складом полімерного матеріалу, параметрами контактної взаємодії та довговічністю підшипника ковзання. Отримані аналітичні залежності створюють основу для оптимізації складу полімерних композицій і вибору технологічних параметрів процесу відновлення підшипників.

На основі сформованої фізико-математичної моделі контактної взаємодії вала з полімерним покриттям підшипника ковзання отримано аналітичні залежності, що дозволяють оцінити розподіл контактної тиску, напружено-деформований стан полімерного шару та потенційну довговічність вузла тертя залежно від складу полімерної композиції.

Аналіз аналітичного розв'язку показав, що ефективний модуль пружності полімерного покриття  $E$ , який визначається складом композиції та типом наповнювачів, є визначальним параметром формування контактної зони. Зі зменшенням  $E$  відбувається розширення контактної області  $\varphi_0$ , що супроводжується зниженням максимального контактної тиску  $p_{max}$ .

Такий ефект є сприятливим з точки зору зменшення контактних напружень, однак надмірне зниження жорсткості полімерного шару призводить до зростання пружних деформацій, що може негативно впливати на стабільність геометричного зазору та умови формування мастильної плівки. Це підтверджує доцільність використання наповнених полімерних композицій із керованими пружними властивостями.

Отримана еюра контактної тиску герцівського типу характеризується плавним розподілом навантаження з максимумом у центральній зоні контакту та нульовими значеннями на межах контактної області для системи «вал – полімерний шар» (рис. 2). Розподіл тиску має плавний характер із максимумом у центральній зоні контакту та зменшується до нульових значень на межах контактної області.

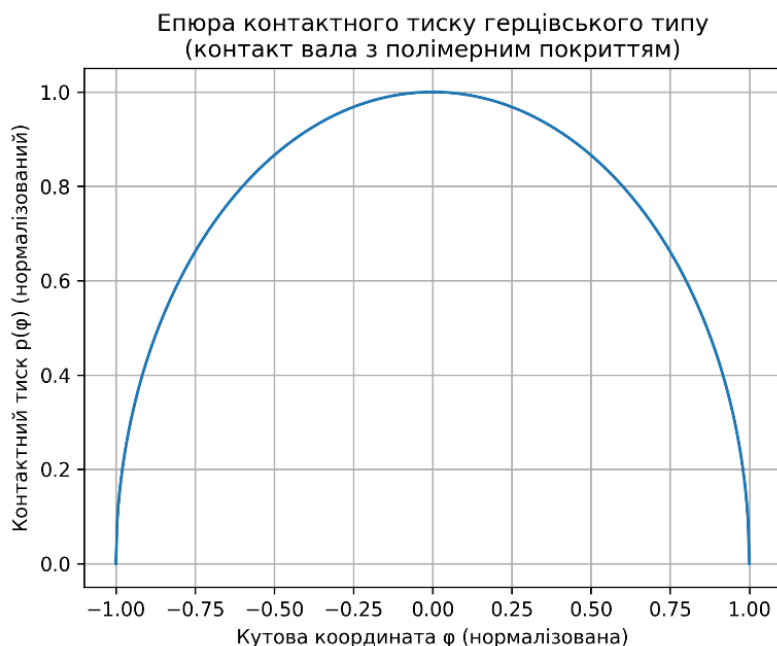


Рис. 2. Епюра контактного тиску герцівського типу при взаємодії вала з полімерним покриттям підшипника ковзання

Така форма епюри відповідає фізичній природі пружного контакту та узгоджується з експериментальними результатами, наведеними у відомих трибологічних дослідженнях.

Встановлено, що зміна складу полімерної композиції впливає не лише на рівень  $p_{max}$ , а й на крутизну спаду тиску в периферійних зонах контакту. Це має принципове значення для прогнозування локального зносу, оскільки максимальна інтенсивність зношування реалізується в областях підвищеного контактного тиску.

Використання узагальненого критерію зносу, у поєднанні з отриманим розподілом контактного тиску дозволило встановити функціональний зв'язок між складом полімерної композиції, контактними напруженнями та швидкістю зношування.

Показано, що зниження максимального контактного тиску шляхом оптимізації модуля пружності полімерного шару призводить до пропорційного зменшення інтенсивності зношування та зростання розрахункової довговічності підшипника. При цьому введення твердих мастильних наповнювачів розглядається як фактор, що одночасно зменшує коефіцієнт тертя та впливає на параметр зношування  $k$ , що додатково підвищує ресурс вузла тертя.

Таким чином, результати моделювання підтверджують доцільність використання полімерних композицій із керованими механічними та трибологічними властивостями для відновлення підшипників ковзання, що працюють у важких навантажувальних режимах.

### Висновки

Розроблено фізико-математичну модель контактної взаємодії вала з полімерним покриттям підшипника ковзання, яка базується на рівняннях лінійної теорії пружності та узагальненій герцівській контактній постановці.

Отримано аналітичний вираз для епюри контактного тиску  $p(\phi)$ , що дозволяє визначити максимальні контактні напруження та ширину контактної зони залежно від пружних властивостей полімерної композиції. Встановлено вплив складу полімерного матеріалу на ефективний модуль пружності, форму епюри контактного тиску та інтенсивність зношування підшипникового вузла.

Запропоновано критерій працездатності та довговічності підшипника ковзання, заснований на поєднанні контактної постановки та закону зношування, що дозволяє прогнозувати ресурс вузла тертя на етапі проектування або відновлення.

Отримані результати створюють наукове підґрунтя для оптимізації складу полімерних композицій і технологічних параметрів процесу відновлення підшипників ковзання.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] K. Friedrich, "Polymer composites for tribological applications," *Advanced Industrial and Engineering Polymer Research*, vol. 1, no. 1, pp. 3–39, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.aiepr.2018.05.001>.

- [2] J. Ye, D. L. Burris, and T. Xie, "A review of transfer films and their role in ultra-low-wear sliding of polymers," *Lubricants*, vol. 4, no. 1, art. no. 4, 2016. <https://doi.org/10.3390/lubricants4010004>.
- [3] S. Bahadur, "The development of transfer layers and their role in polymer tribology," *Wear*, vol. 245, no. 1–2, pp. 92–99, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(00\)00469-5](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00469-5).
- [4] A. Sorrentino, "Tribology of self-lubricating polymer nanocomposites," in *Tribology of Polymer Nanocomposites*, Springer, Cham, 2018. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-56528-5\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-662-56528-5_4).
- [5] L. Deleanu, M. Botan, and C. Georgescu, "Tribological behavior of polymers and polymer composites," in *Tribology*, IntechOpen, 2020. <https://doi.org/10.5772/intechopen.94264>.
- [6] K. Friedrich, K. Váradi, and Z. Zhang, "Wear modelling of polymer composites," in *Wear of Advanced Materials*, Woodhead Publishing, 2005, pp. 374–402. <https://doi.org/10.1533/9781845690847.374>.
- [7] A. Abdelbary, *Wear of Polymers and Composites*. Woodhead Publishing, 2014. <https://doi.org/10.1533/9781782421788.133>.
- [8] J. Somberg, P. Saravanan, H. S. Vadivel, K. Berglund, Y. Shi, J. Ukonsaari, and N. Emami, "Tribological characterisation of polymer composites for hydropower bearings: Experimentally developed versus commercial materials," *Tribology International*, vol. 162, art. no. 107101, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.107101>.
- [9] M. Chernets, A. Kornienko, and Y. Chernets, "Investigations on contact pressures and durability of metal-polymer dry sliding bearings with miniature, small and large diameters," *Tribology in Industry*, vol. 44, pp. 528–539, 2022. <https://doi.org/10.24874/ti.1076.06.22.09>.
- [10] M. Czerniec and J. Zubrzycki, "Study of contact pressures in total hip replacement," *Advances in Science and Technology Research Journal*, vol. 15, pp. 176–183, 2021. <https://doi.org/10.12913/22998624/135251>.
- [11] M. Chernets and J. Zubrzycki, "Study of contact parameters in metal-on-plastic hip endoprosthesis with the analytical-numerical method of contact mechanics," *Advances in Science and Technology Research Journal*, vol. 17, pp. 145–153, 2023. <https://doi.org/10.12913/22998624/164127>.
- [12] M. Chernets, Y. Chernets, Y. Skvarok, and J. Zubrzycki, "Investigation of wear resistance of polyamide PA6 based composite materials for metal-polymer plain bearings and gears," *Tribology in Industry*, vol. 45, pp. 643–649, 2023. <https://doi.org/10.24874/ti.1109.06.23.09>.
- [13] M. Chernets and V. Zhydyk, "Mathematical modeling of load capacity and durability of metal-polymeric bearings with a composite bushing based on polyamides, polytetrafluoroethylenes, polyetheretherketones, or polyethylene terephthalates," *Applied Sciences*, vol. 14, no. 23, art. no. 11275, 2024. <https://doi.org/10.3390/app142311275>.
- [14] М. В. Чернець, С. В. Федорчук, А. О. Корнієнко, А. О. Іщенко, та О. В. Радіоненко, "Розрахункова оцінка максимальних контактних тисків у циліндричній металополімерній напрямній ковзання з втулкою з епоксидного композиційного матеріалу Moglice," *Проблеми тертя та зношування*, № 2(91), с. 14–25, 2023. [https://doi.org/10.18372/0370-2197.2\(91\).15523](https://doi.org/10.18372/0370-2197.2(91).15523).
- [15] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [16] V. V. Aulin, S. V. Lysenko, A. V. Hrynkiv, and M. V. Pashynskiy, "Improvement of tribological characteristics of coupling parts 'shaft-sleeve' with polymer and polymer-composite materials," *Problems of Tribology*, vol. 105, no. 3, pp. 96–107, 2022. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2022-105-3-96-107>.
- [17] М. В. Чернець та А. О. Корнієнко, "Розрахункова оцінка контактних тисків у циліндричних металополімерних парах ковзання," *Проблеми тертя та зношування*, № 1(94), с. 5–16, 2024. [https://doi.org/10.18372/0370-2197.1\(94\).16467](https://doi.org/10.18372/0370-2197.1(94).16467).
- [18] V. V. Aulin, O. V. Kuzyk, S. V. Lysenko, A. B. Hupka, A. V. Hrynkiv, and I. V. Zhylova, "Methodology for calculating the main characteristics of sliding bearings of automotive systems and analysis of their tribological efficiency," *Collection of Scientific Papers*, vol. 9, no. 40, pp. 151–164, 2024. [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9\(40\).1.151-164](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9(40).1.151-164).
- [19] O. O. Yaychuk and V. V. Povortnii, "Design features and modern technologies of sliding bearings in industrial applications," *Visnyk of Pryazovskiy State Technical University. Series: Technical Sciences*, no. 49(1), pp. 88–96, 2024. <https://doi.org/10.31498/2225-6733.49.1.2024.321228>.
- [20] "Study of wear resistance of a radial bearing covered by a polymer coating with an axial groove on a nonstandard base surface," *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, vol. 53, pp. 241–249, 2024.
- [21] "Predictive analysis of rotor machines fluid-film bearings operability," *Advanced Engineering Research*, vol. 22, no. 4, pp. 365–372, 2023. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-365-372>.

Стаття надійшла до редакції 17.12.2025 р.

Прийнята до друку після рецензування 08.02.2026 р.

Опублікована 30.03.2026

**Віштак Інна Вікторівна** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри безпеки життєдіяльності та педагогіки безпеки, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5646-4996>, e-mail: [vishtakiv@vntu.edu.ua](mailto:vishtakiv@vntu.edu.ua)

**Сорока Максим Олександрович** – аспірант, кафедра технологій автоматизації машинобудування, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-8929-777X>, e-mail: [maksim.soroka69@gmail.com](mailto:maksim.soroka69@gmail.com)

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

## Physical and mathematical modeling of the process of renewal of sliding bearings using polymers

Vinnitsia National Technical University

*The article considers the problem of increasing the service life and accuracy of sliding bearings by improving their restoration technologies using polymer and polymer composite materials. It is shown that under operating loads, friction and wear, the violation of the geometric accuracy of the bearing surfaces significantly affects the performance of the unit, causing an increase in contact stresses, vibrations and energy losses. The feasibility of using polymer coatings as an alternative to traditional repair methods, which are accompanied by significant thermal effects and residual deformations, is substantiated.*

*The aim of the work is to develop a physical and mathematical model of the restoration process of sliding bearings with a polymer coating, which provides quantitative prediction of contact characteristics, stress-strain state and durability of the friction unit based on a limited number of physically justified parameters. Within the framework of the study, a contact model of the interaction of the system "shaft - polymer layer - metal sleeve" was formed, taking into account the assumptions of the linear theory of elasticity, smooth contact and isotropic properties of materials.*

*The proposed mathematical description is based on the equations of equilibrium of a continuous medium, the relations of stresses and strains for the linear-elastic matrix of a polymer material and the generalized Hertzian contact formulation. An analytical expression for the contact pressure diagram, which is characterized by a smooth load distribution with a maximum in the central contact zone and zero values at the boundaries of the contact region, was obtained. This form of distribution is consistent with the physical nature of elastic contact and the results of known tribological studies.*

*The influence of the composition of the polymer composition on the effective modulus of elasticity, contact stresses and the width of the contact zone was analyzed. It is shown that changing the fillers and matrix of the polymer material allows for targeted control of contact characteristics and reduction of wear intensity. As a final element of the model, a criterion for the operability and durability of a sliding bearing is proposed, which combines the results of contact analysis with a generalized wear law and allows for predicting the service life of the unit at the design or repair stage.*

**Keywords:** sliding bearing; polymer coating; contact pressure; physical and mathematical model; wear; durability.

**Vishtak Inna** – Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor at the Department of Safety Life and Pedagogical Safety, <https://orcid.org/0000-0001-5646-4996>, e-mail: [vishtakiv@vntu.edu.ua](mailto:vishtakiv@vntu.edu.ua)

**Soroka Maksym** – Ph. D. Student, Department of Technology and Automation of Mechanical Engineering, <https://orcid.org/0009-0006-8929-777X>, e-mail: [maksim.soroka69@gmail.com](mailto:maksim.soroka69@gmail.com)