

Б. І. Придальний¹
Д. В. Янюк¹

ВПЛИВ УПОРНОГО ОБМЕЖЕННЯ АВТОМАТИЧНОЇ ПОДАЧІ ДОВГОМІРНОЇ ЗАГОТОВКИ НА ТОЧНІСТЬ ЇЇ ОСЬОВОГО ПОЗИЦІЮВАННЯ В ТОКАРНОМУ ВЕРСТАТІ

¹Луцький національний технічний університет

Представлено вплив упорного обмеження автоматичної подачі довгомірного прутка на точність його осьового позиціювання в токарному верстаті. Показано, що жорсткий упор формує нестационарний режим де удар змінює граничну умову на вільному кінці прутка, збуджує поздовжні хвилі напружень та спричиняє фазозалежну компресію, яка випадково захоплюється затискним патроном. Виведено критерій безвідскокового режиму та еквівалентну межу швидкості наближення прутка, що слугують інструментами добору режимів подачі з урахуванням його довжини, жорсткості та сил тертя. Отримано вираз для знаходження залишкової динамічної похибки, яка визначає потребу у мінімальній витримці часу для зменшення амплітуди коливань. Аналітично показано немонотонну залежність параметрів процесу осьового позиціювання від фактичної довжини прутка, що подається. Показано принципову неможливість забезпечити сталу «нульову» базу пасивним упором упродовж циклу витрати прутка через зміну його маси та жорсткості, зміну тертя та деградацію контакту з упором. Практична цінність отриманих результатів полягає також у можливостях: обчислювати швидкість підходу прутка до упору, необхідну величину зусилля проштовхування прутка для заданих значень його фактичної довжини; визначати часову витримку затухання коливань; оцінювати вплив жорсткості упора на зменшення компресії прутка; обґрунтувати перехід до активної схеми осьового позиціювання.

Новизна отриманих результатів полягає у трактуванні взаємодії елементів системи «штовхач-пруток-упор» як задачі узгодження хвильових імпедансів із явним критерієм безвідскоковості та у введенні огинаючої максимальних зміщень прутка при відскоках як інженерної метрики гарантованої похибки на момент затиску. Запропонований підхід формує теоретичну основу для синтезу режимів подачі та конструктивних параметрів упора і відкриває можливість побудови замкнених систем керування.

Ключові слова: верстат, оптимізація обробки різанням, моделювання похибки розмірів деталі; системні закономірності, надійність подачі, точність обробки тіл обертання, автоматизація системи управління, стійкість динамічної системи, правильність поверхні, прогнозування вібрації, аналіз стабільності та відмов, положення різальної кромки.

Вступ

Упорне позиціювання торця прутка при подачі барфідером структурно нестабільне через наявність ефекту удар-відскок та деформацій контактуючих поверхонь [1]. Попри це даний метод позиціювання використовують у масовому та багатосерійному виробництвах. Час установки заготовки може займати значний відсоток від часу циклу обробки деталі, тому швидкість підходу прутка до упору підвищують, що спричиняє більший відскок від упору, і після затиснення торець прутка вже може не контактувати з базовою площиною упору, що спричинює зменшення осьового розміру заготовки і, відповідно, брак виробу. Сповільнення подачі прутка знижує продуктивність, тобто відсотковий час різання у процесі циклу обробки. Для зменшення відскоку при високих швидкостях використовують демпфувальні упори, але вони не розв'язують проблему надійно в довгостроковій перспективі. Для гідро-демпферів окремо відзначено низьку довговічність підтримки сталого номінального положення опорної площини і втрати повторюваності бази. За останні 5 років посилилась тенденція до економії ресурсів і особливо у масовому виробництві, що визначає доцільність підвищення точності осьового положення пруткових заготовок для зменшення припуску на підрізання торця у розмір при автоматичній токарній обробці.

Метою дослідження є виявлення залежності точності осьового позиціювання циліндричної заготовки в токарному верстаті від параметрів процесу зупинки довгомірного пруткового матеріалу жорстким упором та характеристик засобів його автоматичної подачі. Це створює теоретичні основи розробки мінімально-достатньої моделі аналітичної оцінки й визначення характеристик функціонування системи автоматичної подачі довгомірного пруткового матеріалу з метою забезпечення необхідної точності осьового положення торця заготовки, що сприяє зменшенню

припуску на його підрізання у розмір, або уникнення даної операції в умовах автоматичної токарної обробки.

Фізична суть проблеми породжується ударом частини торцевої поверхні прутка об жорсткий упор, що викликає ряд динамічних процесів і зокрема подальше осьове зміщення (відскок) прутка якщо енергія пружної деформації достатньо велика. Тобто, при ударі прутка на швидкості v_0 в упор, відбувається не миттєве його зупинення, а складний динамічний процес коли енергія удару перетворюється на стиснення пружних елементів системи і розсіюється через демпфування та втрату енергії на пластичне деформування. Оскільки прутки можуть розглядатись як довге не жорстке тіло доцільно враховувати внутрішні змінні зусилля спровоковані коливаннями системи, що додатково впливає на похибку позиціонування його торця.

Для досягнення мети, доцільно розглянути дослідження різних типів ударів на систему подачі, зокрема, у роботі [2] проведено аналіз методів математичного моделювання деформацій системи тіл при ударі, що сприяє розробці розрахункової моделі подачі прутка в упор. Математичний опис коливань довгого стрижня після удару були об'єктом дослідження [3], однак, розроблена модель не враховує підпір стрижня з боку штовхача. У роботі [4] автор розглянув параметричні характеристики удару пружного стрижня у твердий упор, при яких можливе пошкодження поверхонь тіл. Чисельний метод розрахунку деформацій поверхонь відносно параметрів удару та їх шорсткості досліджувалась у роботі [1]. Результати показали необхідність високих вимог до чистоти поверхонь для забезпечення геометричної сталості упору. Модель продемонстрована у дослідженні [5] дозволяє розрахувати пластичні деформації при контакті матеріалів різної твердості, та вказує про їх утворення навіть при незначних швидкостях. Це створює передумови для розробки підходів до визначення похибки положення прутка та її компенсації, що частково відображено у дослідженнях [6].

Окрім механізми затиску циліндричних заготовок [7, 8] сприяють покращенню умов для точності їх осевого позиціонування через можливість попереднього затиску, що зменшує амплітуду і тривалість коливань. У роботі [9] запропоновано підхід до затиску заготовки у визначений, завдяки оптичному вимірювальному пристрою, момент її положення. Доцільність впровадження таких пристроїв у систему верстату розглянуто в роботі [10]. Wang J. [11] запропонував методику дворівневої оптимізації, яка вносить корекцію під час обробки спираючись на поточні виміри та кількість циклів обробки. Для зниження коливальних ефектів прутка запропоновано інтеграцію демпфера в конструкцію штовхача [12], але це не усуває негативні наслідки удару прутка об упор.

У стандартизованих (за ISO 230-2:2014) [13] процедурах перевірки геометричних та позиційних показників верстатів відсутні вимоги до точності позиціонування пруткової заготовки за упором. Причиною цього може бути невизначеність процесів, які виникають при контакті заготовки з упором та складнощі їх розрахунку. Ударна зупинка прутка об упор породжує деформації пружно-в'язкої системи параметри якої змінюються як в межах одного прутка (його маса поступово зменшується) так і впродовж тривалого періоду експлуатації обладнання (зміна характеристик упору та машини автоматичної подачі прутків). Через коливальну природу процесів при пружних деформаціях та змін параметрів системи постає необхідність розробки окремої методики для оцінки стабільності та точності результатів осевого позиціонування заготовки, що сформована шляхом автоматичної подачі на упор довгомірного пруткового матеріалу в затискний механізм токарного автомата.

Матеріали та методи

При автоматичній подачі прутка виникають додаткові негативні ефекти, що ускладнюють умови роботи системи. Хвильові ефекти у довгих стрижнях, що виникають внаслідок осевого удару, не є миттєвим стисненням всього об'єкта, а набувають форми поширення хвилі механічного напруження (рис. 1). Така хвиля може рухатись заготовкою від торця до штовхача і назад декілька разів. Час пробігу залежить від довжини та матеріалу прутка. Це означає, що динаміку відскоку можна означити як коефіцієнт відновлення, що залежить від параметрів заготовки, що також ускладнює прогнозування. Таким чином, основне рівняння руху для фази, коли прутки контактує з упором, як модель осевого удару прутка об упор у лінійному в'язко-пружному наближенні може бути виражене у як,

$$m\ddot{\delta} + c_d\dot{\delta} + k\delta = F_p - F_f, \quad \delta \geq 0 \quad (1)$$

де $\delta(t)$ величина осевої компресії системи «пруток–упор» під час контакту, $m = \rho A L_{eff}$ - еквівалентна маса прутка, що бере участь в ударі та залежить від щільності матеріалу ρ , площі поперечного перерізу A та ефективної довжини L_{eff} , яка бере участь в деформації і зменшується в міру того, як

пруток витрачається, c_d - коефіцієнт в'язкого демпфування, що моделює сили, які розсіюють енергію удару, (перетворюють її на тепло) і враховує внутрішню тертя в матеріалі прутка та визначає рівень затухання коливань і коефіцієнт демпфування ($\zeta = c_d/2\sqrt{mk}$), $k = EA/L_{eff}$ - жорсткість прутка, яка збільшується, коли пруток стає коротшим, де E - модуль Юнга матеріалу пруткової заготовки, F_p - осьова сила подачі від привода пристрою подачі; F_f - сумарне сухе-в'язке тертя в напрямних прутка (лайнерах). Елементи отриманого рівняння відповідають наступним складовим взаємодії прутка з упором: $m\ddot{\delta}$ - сила інерції прутка, $c_d\dot{\delta}$ - сила в'язкого демпфування матеріалу прутка, $k\delta$ - пружна сила, що виникає при стисканні прутка, $F_p - F_f$ - результуюча зовнішня сила, що діє на систему взаємодії прутка з системою подачі.

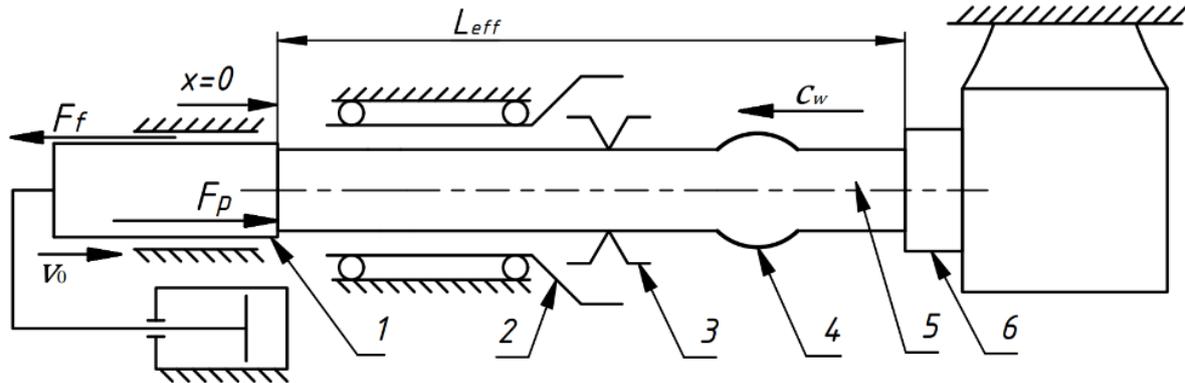


Рис. 1. Схема взаємодії довгомірного прутка із механізмом подачі та зупинки:
1 - штовхач; 2- шпиндель; 3- затискні елементи; 4 - хвиля стиснення; 5- заготовка; 6- упор

Перший етап зупинки прутка відбувається у момент удару ($t=0$) коли торець $x=L_{eff}$ контактує з упором. Ця різка зміна швидкості не може миттєво поширитися на весь пруток, тому вздовж нього від точки $x=L_{eff}$ до $x=0$ починає бігти хвиля стиснення зі швидкістю c_w . Коли ця хвиля доходить до штовхача ($x=0$), вона може відбитися, змінивши свою фазу (наприклад, з стиснення на розтяг), залежно від параметрів механізму подачі. Відбита хвиля біжить назад до упора, де знову відбивається. Цей процес триває, створюючи складну картину інтерференції.

У безперервній (хвильовій) моделі пруток 5 розглядається як стрижень на відрізку $x \in [0, L_{eff}]$, де $x=0$ визначає кінець прутка, що взаємодіє зі штовхачем 1, а $x=L_{eff}$ визначає кінець прутка, що взаємодіє зі стопорним упором 6. Тобто, весь пруток розглядається вздовж осі x , де кожна точка прутка має свою координату. Тоді, рівняння в частинних похідних, яке описує зміщення кожної точки прутка у будь-який момент часу як основне одновимірне хвильове рівняння для пруткової заготовки:

$$\rho \cdot A \cdot u_{tt}(x, t) = E \cdot A \cdot u_{xx}(x, t), \quad (2)$$

де $u(x, t)$ зміщення точки з координатою x в момент часу t , що відмінне від $\delta(t)$ в попередній моделі, яке було єдиним для всього прутка, тут u - це функція двох змінних, що дозволяє бачити "форму" прутка в будь-який момент, $u_{tt}(x, t)$ друга похідна від зміщення за часом, тобто прискорення точки x , $u_{xx}(x, t)$ друга похідна від зміщення за координатою, яка визначає відносну деформацію (наскільки сильно деформований пруток у точці x), ρA - маса на одиницю довжини прутка, EA - осьова жорсткість на розтяг (стиск).

Логіка залежності ґрунтується на основі другого закону Ньютона, що застосований до кожної нескінченно малої ділянки прутка. Тобто, рівняння (2) відображає фізичний зміст взаємодії прутка з системою подачі, коли сила інерції лівої частини дорівнює пружній силі, що виникає через деформацію пруткової заготовки.

Існує ряд параметрів, що визначають характеристики поширення хвилі у системі. Швидкість поширення поздовжньої хвилі c_w в матеріалі визначає як швидко просувається деформація вздовж прутка після удару $c_w = \sqrt{E/\rho}$ ($E \approx 210 \text{ ГПа}$, $\rho \approx 7850 \text{ кг/м}^3$, $c_w \approx \sqrt{(210 \times 10^9 / 7850)} \approx 5,1 \text{ км/с}$). Механічний опір просування хвилі прутка визначає як хвиля веде в проміжку між ударами об упор та штовхач: $Z_{bar} = \rho A c_w$. Високий імпеданс (опір просування хвилі) означає, що пруток менш придатний для поширення хвилі.

Граничні умови описують, як механізм подачі, зокрема його привід, впливає на пруток. Величина $x = 0$ означає розгляд умов на кінці прутка у контакті зі штовхачем. Кінематична умова $u_x(0,t) = v_0(t)$ означає, що привід барфідера чітко визначає швидкість цього кінця прутка. Наприклад, він може постійно штовхати його зі швидкістю v_0 . Динамічна умова $\sigma(0,t) = E A u_x(0,t) = F_p(t)$ означає, що привід барфідера прикладає до прутка передбачену силу $F_p(t)$. Як наслідок, кінець прутка буде рухатися з такою швидкістю, яка визначається його динамікою. Коли хвиля деформації доходить до штовхача барфідера, частина її енергії поглинається цим приводом через передачу на його корпус та розсіювання, а інша частина відбивається назад у пруток. Ця комбінація властивостей привода описується його хвильовим імпедансом Z_{drive} , оскільки він має власну масу, жорсткість та демпфування.

Величина $x = L_{eff}$ означає умови на кінці прутка у контакті зі упором, тобто описує, що відбувається з торцем прутка, який б'ється об упор. До контакту вільний кінець $\sigma(L_{eff}, t) = EAu_x(L_{eff}, t) = 0$, оскільки, поки пруток пересувається вільно, на цьому вільному кінці не діють ніякі сили, тому напружень нема. Під час контакту з ідеально жорстким упором $u(L_{eff}, t) = 0$. Тобто упор розглядається як абсолютно нерухомий і недеформований і як тільки торець прутка торкається упора, він миттєво зупиняється і вже не рухається. При цьому, уся енергія хвилі повинна перетворитися і в даному випадку вона повністю відбивається назад у пруток, що сприяє сильному відскоку. Таке припущення є виключно теоретичним та спрощеним. Контакт пруткової заготовки з реальним скінченно жорстким упором можна описати за моделлю Кельвіна-Фойгта у формі:

$$\sigma(L_{eff}, t) = k_{stop}u(L_{eff}, t) + c_{stop}u_t(L_{eff}, t). \quad (3)$$

Тобто, реальний упор як і сам матеріал прутка в точці контакту має скінченну жорсткість k_{stop} і демпфувальні властивості c_{stop} , тоді $k_{stop}u$ відображає пружну силу, що пропорційна стисненню контакту а $c_{stop}u_t$ відображає характеристики демпфування, що пропорційно швидкості деформації контакту. Ця умова відображає процес де енергія удару може частково розсіюватися перетворюючись на тепло в контактній зоні. Це краще моделює реальні умови, зменшуючи величину відбитої хвилі і, відповідно, відскоку. Тобто, енергія, що застосовується для автоматичної подачі довгомірної пруткової заготовки не лише розсіюється, а також може багаторазово відбиватися від кінців прутка, створюючи складну картину коливань, що робить стабільне позиціонування такої заготовки ускладненим.

Відбиття хвиль на обох кінцях описується концепцією коефіцієнта відбиття R , що дає можливість оцінки певних параметрів хвилі напруги, коли вона досягає кінця прутка. При $R=+1$ спостерігається повне відбиття з тим самим знаком. Хвиля стиснення повертається як хвиля стиснення, що підсилює деформацію. При $R=-1$ відбувається повне відбиття зі зміною знака, що реалізується як перетворення хвилі стиснення на хвилю розтягу із зворотнім напрямом руху. Це може сприяти відриву прутка від контактування з упором. $R=0$ означає, що відбиття немає через повне поглинання енергії, що являє собою ідеальний випадок для припинення осьових коливань пруткової заготовки.

Зі сторони упору ($x=L_{eff}$) коефіцієнт відбиття за імпедансами описується наступною залежністю:

$$R_{stop} = (Z_{stop} - Z_{bar}) / (Z_{stop} + Z_{bar}). \quad (4)$$

При умові ідеально жорсткої стінки Z_{stop} прямує до безкінечності. Тобто, якщо упор ідеально жорсткий, його імпеданс нескінченно великий. При наближеному підрахунку $R_{stop} \approx (\infty - Z_{bar}) / (\infty + Z_{bar})$, що прямує до співвідношення $1/1=+1$. Такий варіант вказує, на повне відбиття хвиля стиснення як ідентичної, що максимально сприяє відскоку, оскільки енергія не втрачається.

При розгляді відбиття на боці штовхача, коли $x = 0$: $R_{drive} = (Z_{drive} - Z_{bar}) / (Z_{drive} + Z_{bar})$. Оскільки реальний привід механізму подачі прутка не ідеальний то частка енергії від зіткнення багаторазово бігає між кінцями пруткової заготовки (між координатами $x=0$ та $x=L_{eff}$) формуючи інтерференцію. Якщо $Z_{drive} > Z_{bar}$, то $R_{drive} > 0$ - частина хвилі відбивається назад у пруток. Якщо $Z_{drive} < Z_{bar}$, то $R_{drive} < 0$ - хвиля частково відбивається зі зміною знака. Якщо $Z_{drive} = Z_{bar}$, то $R_{drive} = 0$ створюється умова ідеального узгодження, де енергія поглинається приводом. Дана концепція розкриває один з негативних ефектів, що виникає при подачі довгомірної пруткової заготовки з використанням упору і пов'язаний з переходом механічної енергії осьової деформації між кінцями прутка. Підсумувавши попередню інформацію можна виділити окремі фази процесу подачі та позиціонування заготовки з упорним обмеженням, для аналізу процесу подачі в цілому.

Фаза 1: подача до контакту з упором. Привід $x = 0$ розганяє пруток з прискоренням і надає йому швидкість v_0 . Через інерційні властивості у прутку утворюється хвиля стиснення біля торця який

контактує із штовхачем. Ця хвиля біжить від приводу $x=0$ до вільного кінця $x = L_{eff}$ зі швидкістю c_w . Ключовий момент на вільному кінці $x = L_{eff}$ полягає у тому, що гранична умова вимагає, щоб напруга дорівнювала нулю $\sigma=0$, оскільки кінець вільний і сил до нього не прикладено. Щоб виконати цю умову, хвиля стиснення, що прийшла, відбивається як хвиля розтягу (коефіцієнт відбиття $R \approx -1$). Фізично це означає, що стиснута ділянка, досягнувши вільного кінця, "розпрямляється" з таким розмахом, що створює деформацію розтягу. Далі відбита таким чином хвиля розтягу біжить назад до приводу ($x=0$). Коли вона досягає приводу, частина її енергії може поглинатися (якщо привід ідеально узгоджений), але частіше вона знову частково відбивається від нього і змінює знак. Це формує стан системи перед ударом об упор коли прутки вже не є цілісним тілом, що рухається, оскільки у ньому вже існують внутрішні коливання напруги.

Фаза 2: удар/контакт з упором визначається тим, що вільний торець прутка ($x=L_{eff}$) стикається з упором. Це момент критичної зміни граничної умови з "відсутність напружень у вільному кінці" ($\sigma = 0$) на «жорстка стінка» ($u=0$) або «пружно-в'язкий контакт». Як наслідок досягається різке зростання механічного напруження: хвилі, що продовжують підходити до торця, більше не можуть вільно розпрямлятися. Вони «упираються» в дуже жорстку перешкоду, що викликає різкий стрибок контактної сили. Виникає пікова компресія δ_{max} . Сила інерції рухомого прутка та енергія хвиль всередині нього переходять у максимальну пружну деформацію всього прутка, що й спричиняє δ_{max} у момент, коли прутки стиснуті найсильніше. Це формує параметри контактування торця пруткової заготовки з упором. Якщо пружна енергія, що накопичена у стиснутому прутку, достатня для подолання сили подачі F_p та сили контакту, відбудеться його відскок (мікроривідриг від упору). Хвиля стиснення, відбившись від упору з $R \approx +1$, повертається назад і, досягнувши торця, відштовхує його від цільової позиції.

Фаза 3: після удару утримується стан коли безпосередній удар закінчився, але процес не стабілізувався. Енергія, яка не була використана на відштовхування прутка і не розсіялася, залишається накопиченою у прутку у вигляді хвиль, що багаторазово відбиваються від обох кінців.

Таким чином формується ряд ключових факторів, що впливають на стабільність положення пруткової довгомірної заготовки при її автоматичній подачі. Опіри просування хвилі приводу барфідера та упора (Z_{drive}, Z_{stop}) визначають, яка частина енергії поглинається на кінцях при кожному відбитті, а яка продовжує переміщатися між кінцями прута. Податливий привід і жорсткий упор створюють умови коли $R \rightarrow +1$ і це найгірші умови для швидкого затухання коливань. Час пробігу хвилі ($t_w = L_{eff} / c_w$) визначається як проміжок за який хвиля проходить відстань $2L_{eff}$ і повертається до місця початку відліку, що визначає власні частоти коливань прутка. Система фіксує прутки затискними елементами 3 рис. 1 для подальшої обробки в якийсь випадковий момент цих незатухаючих коливань, коли залишкова компресія буде випадковою величиною, що залежить від фази коливань. Тобто, положення прутка формується як випадкова комбінація біжучих хвиль, яка до того ж змінюється зі зміною довжини L_{eff} .

Нижня межа розкиду динамічної похибки δ_{max} не є постійною. Оскільки $\delta_{max} \propto v_0 \sqrt{m/k}$ відносна чутливість $\frac{\partial \delta}{\partial m} \cdot \frac{m}{\delta} = \frac{1}{2}$. Зменшення маси на 50% (очевидно для прутків у процесі використання) змінює ударну компресію приблизно на 29%, навіть якщо v_0 та k сталі. Дану змінність неможливо нівелювати без закритого контуру зворотного зв'язку по фактичному положенню прутка.

Оцінка пікової осьової деформації δ_{max} прутка при першому ударі в упор і відповідної пікової контактної сили F_{max} ще до початку складних хвильових процесів може бути проведена на простій моделі типу "маса-пружина":

$$\delta_{max} \approx v_0 \sqrt{m/k} \Rightarrow F_{max} \approx k \delta_{max} = v_0 \sqrt{km}, \quad (5)$$

Залежність (5) описує результат взаємодії для першої півхвилі при малому демпфуванні і може бути отримана з рівняння осцилятора або з енергетичного балансу. У момент максимального стиснення δ_{max} швидкість деформації дорівнює нулю $\dot{\delta}=0$, тому в'язка складова сили $c_d \dot{\delta}$ зникає. Залишається лише пружна складова, що описується законом Гука, або коли кінетична енергія руху перетворюється на потенційну енергію стиснення:

$$(1/2)mv_0^2 \approx (1/2)k\delta_{max}^2 \Rightarrow \delta_{max} \approx v_0 \sqrt{m/k}. \quad (6)$$

Формули (5),(6) справедливі для першої півхвилі удару пруткової заготовки в упор (до появи відбитих хвиль), матеріалів прутка з малим демпфуванням (метали), випадків, коли час удару достатньо малий. Тому, для більш точного аналізу довгих прутків з вираженими хвильовими ефектами доцільно застосовувати безперервну модель. Дані аналітичні залежності підтверджують висновок, що динамічна похибка позиціонування довгомірної пруткової заготовки δ_{max} принципово залежить від маси прутка, яка змінюється в процесі роботи. Це створює фактично неконтрольовану змінність параметрів у системах з пасивним упором, що можна вирішити лише переходом до систем з автоматичним регулюванням параметрів удару пруткової заготовки з упором.

Під час удару пруткової заготовки з упором привід барфідера не перестає діяти, тобто він продовжує штовхати пруток із силою F_p . Одночасно діє сила тертя F_f . Ці сили виконують додаткову роботу W_{ext} під час деформації прутка,

$$W_{ext} \approx (F_p - F_f)\delta_{max}. \quad (7)$$

Тоді енергетичне рівняння (6) дає квадратичну поправку:

$$\frac{1}{2}k\delta_{max}^2 - (F_p - F_f)\delta_{max} - \frac{1}{2}mv_0^2 \approx 0, \quad (8)$$

звідки випливає, що,

$$\delta_{max} \approx \frac{(F_p - F_f) + \sqrt{(F_p - F_f)^2 + kmv_0^2}}{k}. \quad (9)$$

При $F_p - F_f \ll v_0\sqrt{km}$ формула (9) зводиться до виразу (6).

Межі застосовності визначаються як мала демпферна здатність на першій півхвилі (типово для металевих прутків): тоді прості формули адекватні, при короткому ударному інтервалі коли змінами $F_p(t)$ та хвильовою дисперсією можна знехтувати в першому наближенні. Для більш точного аналізу хвильових ефектів які виникають у довгих прутках, довжини яких можуть провокувати резонансні явища потрібна безперервна модель.

Таким чином, загалом, відображено, що перший удар неминуче стискає систему на величину, пропорційну швидкості підходу та $\sqrt{m/k}$, і генерує пікову силу, пропорційну $v_0\sqrt{km}$. Тобто, саме ця динамічна компресія і є одним із джерел похибки довжини заготовки, що формується з прутка перед затиском.

Результати дослідження

Сформований методологічний підхід до опису параметрів функціонування системи автоматичної подачі довгомірного пруткового матеріалу у верстат дає можливість побудови аналітичних залежностей, що визначають окремі умови та характеристики забезпечення точності його осьового позиціонування.

Критерій безвідскокової зупинки прутка означається умовою відсутності зміни знаку швидкості в бік відриву,

$$F_p - F_f \geq k\delta_{max} \equiv F_{max}. \quad (10)$$

Тобто, щоб гарантовано уникнути відскоку, зовнішня осьова сила, що штовхає пруток уперед F_p , при врахуванні сил тертя F_f має перевищувати пік контактної сили. Використовуючи оцінку першого піка який виникає при першій півхвилі при умові малого демпферного ефекту (5), отримаємо еквівалентну межу швидкості підходу пруткової заготовки до жорсткого упору,

$$v_0 \leq \frac{F_p - F_f}{\sqrt{km}}. \quad (11)$$

Отже, якщо перевищити v_0 , на піку компресії пружна відновлювальна сила $k\delta$ буде більша за штовхаючу дію привода барфідера, що спричинить мікровідскок та подальші коливання положення. У той же момент $\dot{\delta}=0$, тому демпферний член $c_d \dot{\delta}$ у рівнянні (1) перетворюється в нуль, а критерій не залежить від демпфування в самій точці максимуму.

Рівність $F_p - F_f = F_{max}$ означає граничний випадок при якому компресія не зменшується. Якщо, $F_p - F_f > F_{max}$ контакт формується як монотонний (без розвороту швидкості) а якщо $F_p - F_f < F_{max}$ – починається відпружинення з ризиком мікрориву. Отже, можна виявити наступні взаємозалежності: більша жорсткість k або маса m зменшують допустиму v_0 ; більша сила підпору F_p або менші втрати F_f – збільшують її, що є бажаним для підвищення продуктивності.

Довжина пруткової заготовки впливає на величину його силової взаємодії з рухомими елементами системи подачі. Через те, що m змінюється в процесі витрати прутка пропорційно його ефективній довжині $m \propto L_{eff}$, поріг безвідскокового режиму змінюється теж пропорційно ($\propto m$). Отже, за фіксованих налаштувань виникають періоди з відскоком, або надлишковою компресією, що є типовим наслідком в'язко-еластичних ударних моделей із певним коефіцієнтом відновлення, де динаміка суттєво залежить від матеріалів, швидкості, демпфування та патерну навантаження. Окрім маси прутка змінюється також еквівалентна жорсткість k . Отже, це вказує на доцільність застосування двох характерних розрахункових схеми:

1) Домінує податливості прутка, що типово для довгомірних пруткових заготовок, коли $k \approx k_{bar} = EA/L_{eff}$, тоді,

$$\delta_{max} \approx v_0 L_{eff} \sqrt{\rho/E}, \quad (12)$$

що пропорційно L_{eff} ($\delta_{max} \propto L_{eff}$). При цьому $F_{max} = v_0 \sqrt{km} = v_0 A \sqrt{E\rho}$ не залежить від L_{eff} . Отже при укороченні прутка амплітуда компресії зменшується лінійно, однак поріг безвідскоковості за силою F_p лишається сталим. Хвильові ефекти, втім, додають залежність від L_{eff} через час пробігу хвиль

2) Домінує податливість упору, що може відбуватися при коротких прутках або порівняно нежорсткому вузлі упору $k \approx k_{stop} = const$, тоді

$$\delta_{max} \approx v_0 \sqrt{\frac{\rho A L_{eff}}{k_{stop}}} (\propto L_{eff}) F_{max} \approx v_0 \sqrt{k_{stop} \rho A L_{eff}} (\propto L_{eff}) \quad (13)$$

У цій розрахунковій схемі і компресія, і пікова сила зменшуються пропорційно до L_{eff} із вкороченням прутка, тобто гранична швидкість безвідскокового режиму змінюється зі зміною довжини прутка.

Загальний випадок:

$$k_{eq} = (k_{bar}^{-1} + k_{stop}^{-1})^{-1} = \left(\frac{L_{eff}}{EA} + \frac{1}{k_{stop}} \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$F_{max} \approx v_0 \sqrt{k_{eq} m} = v_0 \sqrt{\frac{\rho A L_{eff}}{\frac{L_{eff}}{EA} + \frac{1}{k_{stop}}}}. \quad (15)$$

Тобто залежність від L_{eff} немонотонна: за довгих прутків – майже стала, за коротких – $\propto L_{eff}$. У будь-якому разі δ_{max} змінюється з L_{eff} , а разом із нею змінюється і залишкова динамічна похибка на момент затиску.

Формування залишкової динамічної похибки осьового положення прутка на момент затиску відбувається наступним чином. Після першого піка стискання система «пруток–упор» поводить як піддемпфований осцилятор із власною круговою частотою ω_n . Тобто, після першого піка система коливається з власною частотою:

$$\omega_n = \sqrt{(k_{eq}/m)}, \quad (16)$$

з коефіцієнтом демпфування $\zeta = \frac{c_{damp}}{2\sqrt{m k_{eq}}}$ та затухаючою частотою $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$. Таким чином амплітуда післяударних коливань осьової компресії (а значить – і похибки довжини) спадає експоненційно:

$$\delta(t) \approx \delta_{max} \cdot e^{-\zeta \omega_n t} \cdot \sin(\omega_d t), \quad (17)$$

Якщо здійснити затиск заготовки в момент t_{clamp} то похибка довжини від незагаслої компресії буде становити:

$$\Delta L_{dyn} \approx \delta_{max} e^{-\zeta \omega_n t_{clamp}}, \quad (18)$$

що є гарантованою по огинаючій межі, що являє собою експоненту, яка задається у (17) виразом $\delta_{max} e^{-\zeta \omega_n t}$, де знак визначається фазою $\sin(\omega_d t)$.

Ключова складність оцінювання полягає у тому, що ми не можемо точно знати, в якій фазі коливання (на «вершині» чи у «впадині») знаходиться пруток у випадково обраний нами момент затиску t_{clamp} . У сприятливому випадку він буде затиснутий у момент, коли $\sin(\omega_d t) \approx 0$, оскільки похибка буде близькою до нуля. Але якщо затиск відбудеться на піку коливання, коли $\sin(\omega_d t) \approx 1$ або -1 , то похибка буде максимально можливою для цього моменту часу.

Формула (16) показує залежність частоти коливань від L_{eff} , адже $m = \rho A L_{eff}$ та еквівалентна жорсткість системи «пруток-упор» k_{eq} залежать від еквівалентної довжини безпосередньо. У такому випадку навіть фіксована витримка часу дає різну величину ΔL_{dyn} на різних стадіях витрати прутка. Також, зважаючи, що фаза коливання є випадковою і неконтрольованою величиною, то існує необхідність розраховувати на найгірший сценарій. Цей найгірший сценарій і описується огинаючою експоненціальною кривою. Таким чином, ΔL_{dyn} означає, що незалежно від фази коливань, у момент часу t_{clamp} залишкова динамічна похибка осевого позиціонування прутка гарантовано не перевищить це значення. Реальна похибка може бути меншою, але для надійності процесу необхідно розраховувати саме на цю, найгіршу, величину.

Колівання після удару неминучі окрім граничного випадку критичного демпфування. Експонента $e^{-\zeta \omega_n t}$ з (17) вказує наскільки швидко зменшується амплітуда. Можна спрогнозувати, що для заданого допуску T потрібно вибрати витримку за часом для затиску так, щоб:

$$t_{clamp} \geq \frac{1}{\zeta \omega_n} \ln \left(\frac{\delta_{max}}{T} \right), \quad (19)$$

що можна вважати мінімальним часом, аби огинаюча похибки знизилася до T . Оскільки ω_n змінюється з L_{eff} , фіксована витримка гарантує різну якість на різних стадіях. Щоб гарантувати допуск по всьому циклу, варто проєктувати t_{clamp} за найгіршим випадком, який утворюється за умов мінімальної ω_n , тобто найдовшим і найменш жорстким станом системи.

Для кращого розуміння розглянемо приклад застосування отриманих аналітичних залежностей при наступних вхідних даних: $L_{eff} = 6$ м, $\zeta = 1\%$, $t_{clamp} = 20$ мс, $d = 40$ мм ($A = 1,26 \cdot 10^{-3}$ м²), $k_{stop} = 3 \cdot 10^6$ Н/м (тонкий консольний палець), швидкість подачі $v_0 = 0,5$ м/с, $E = 210$ ГПа, $\rho = 7850$ кг/м³. Власна частота $\omega_n = 218$ рад/с ($f_n = 34,8$ Гц), пікова компресія (перша півхвиля, малий демпфувальний ефект) $\delta_{max} = 2,30$ мм, Пікова контактна сила: $F_{max} \approx k_{eq} \delta_{max} = 6,45$ кН. Тоді $\Delta L_{dyn}(20\text{мс}) \approx \delta_{max} e^{-\zeta \omega_n t_{clamp}} = 2,3\text{мм} \cdot e^{-0,01 \cdot 218 \cdot 0,02} \approx 2,2$ мм. Така величина є досить великою оскільки $k_{stop} \ll k_{bar}$ і система має низьку ω_n ($= 218$ рад/с) отже $\delta_{max} = v_0 / \omega_n$ велика навіть при звичайних швидкостях подачі v_0 . За таких параметрів впродовж 20мс експонента $e^{-\zeta \omega_n t_{clamp}} = e^{-0,0436} \approx 0,957$ амплітуда встигає зменшитися лише на $\sim 4,3\%$, тому динамічна похибка залишається великою $2,30$ мм $\rightarrow 2,20$ мм. За тих самих параметрів, але з витримкою затиску $t_{clamp} = 0,6$ с, динамічна складова похибки становить $\Delta L_{dyn}(60\text{мс}) \approx 0,62$ мм (по огинаючій) а при $t_{clamp} = 1$ с, $\Delta L_{dyn}(1\text{с}) \approx 0,22$ мм. Якщо для даних параметрів припустити ідеально жорсткий упор у вигляді жорсткої стінки (як верхня межа покращення даної характеристики) коли $k_{stop} \rightarrow \infty \Rightarrow k_{eq} = k_{bar}$ то отримаємо значення $\omega_n = \sqrt{k_{bar}/m} = 862$ рад/с, $\delta_{max} = v_0 / \omega_n = 0,58$ мм а $\Delta L_{dyn}(20\text{мс}) \approx 0,58 e^{-0,01 \cdot 862 \cdot 0,02} = 0,49$ мм.

Висновки

Результати досліджень дають нові можливості оцінки та визначення параметрів процесу автоматичної подачі довгомірного пруткового матеріалу з упорним обмеженням з метою забезпечення точності осевого позиціонування при формуванні заготовки в токарних верстатах. Виявлено формалізований опис головних процесів подачі пруткової заготовки де удар прутка об жорсткий упор розглядається не просто як факт контакту, а різка зміна граничної умови на кінці прутка $x = L_{eff}$. Позиціонування прутка з використанням жорсткого упору не дає можливість отримати стабільне положення, оскільки досягнення точності потребує, щоб у момент фіксації пруток знаходився в одному і тому ж стані. Але через хвильові процеси його стан після удару – це випадкова

комбінація біжучих хвиль, яка до того ж змінюється зі зміною довжини L_{eff} . Нейтралізація кінетичної енергії системи «штовхач-пруток» вимагає або неприйнятно високої осьової жорсткості упора, або значного сповільнення подачі, що понижує продуктивність виробництва і особливо масового.

Зміна швидкості переміщення прутка, його довжини, площі контакту та характеристик тертя в контактах з опорами (зміна мащення, температури), стан упору та інше впливають на параметри відскоку прутка при його осьовому позиціонуванні. Зокрема при зміні довжини L_{eff} та маси m прутка змінюється власна частота ω_n і податливість ($\delta_{max} \propto L_{eff}$ та $\omega_n \propto 1/L_{eff}$). Отже та сама фіксована витримка часу початку затиску прутка після його контакту з упором t_{clamp} призводить до зменшення коливань по-різному на початку і наприкінці використання елемента пруткового матеріалу. Час пробігу поздовжньої хвилі t_w теж залежить від фактичної довжини прутка під час його подачі L_{eff} . Тобто, миттєва компресія, що є складовою помилки позиціонування, стає фазозалежною та нерепродуктивною без синхронізації. Тобто, $\partial\Delta/\partial v_0 > 0$, $\partial\Delta/\partial L_{eff} > 0$, а також фазова залежність і повільний дрейф загальної похибки Δ відбувається через зміну k_{stop} з часом. Жоден з перелічених чинників не є сталим, отже відсутній стаціонарний режим роботи системи автоматичної подачі прутка із постійною похибкою, без адаптації зворотного зв'язку, за фактичною позицією або за силою (вібраціями) для корекції t_{clamp} і v_0 у кожному циклі. Як наслідок, у межах пасивної схеми необхідно одночасно контролювати як мінімум v_0 , t_{clamp} відносно актуального значення $\omega_n(L_{eff})$ інакше відскок і змінна компресія залишаються змінними. Таким чином жорсткий упор принципово не забезпечує стабільної довжини оскільки ударна компресія й відскок неминуче змінюються від циклу до циклу через дрейф швидкості, тертя, зміну довжини прутка, хвильові відбиття, поступову деградацію контакту та інше.

Отже, сталі налаштування, не дають сталих результатів як в межах використання одного прутка, так і на інших більш тривалих періодах функціонування обладнання (робоча зміна, міжсервісне обслуговування та ін.). Це вказує, що для можливості забезпечення точного позиціонування пруткової заготовки доцільно застосовувати активну систему, наприклад, із зворотним зв'язком, що контролює процес подачі та затиску прутка в реальному часі, тобто, адаптується до зміни стану прутка, на відміну пасивного жорсткого упору.

Практичне значення отриманих результатів полягає у створенні передумови розробки адаптивної системи управління подачею довгомірних заготовок у формі тіл обертання, що зможе налаштувати характеристики подачі відносно параметрів прутка, які змінюються з кожним циклом обробки. На основі отриманої моделі система зможе визначити, наприклад, яку максимальну швидкість подачі v_0 можна використовувати, щоб уникнути відскоку, або як потрібно змінювати силу подачі F_p в залежності від довжини прутка, щоб компенсувати зміну його маси та жорсткості.

Перспективи подальших досліджень стосуються розробки альтернативи, що усуває базові причини, шляхом використання системи керування із зворотнім зв'язком де осьове позиціонування торця заготовки контролюється оптичним виміром, наприклад із застосуванням вилкового оптичного сенсора мод GSL04B/1.1-30-M8.3 [9] із подальшим мікродоведенням прутка при потребі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] C. Putignano, L. Afferrante, G. Carbone та G. Demelio, "A new efficient numerical method for contact mechanics of rough surfaces", *Int. J. Solids Struct.*, т. 49, № 2, с. 338–343, січ. 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.10.009>
- [2] R. Sheremeta, "Review of reological models", *Bull. Lviv Nat. Agrarian Univ.. Agroeng. Res.*, № 22, с. 22–30, груд. 2018. DOI: <https://doi.org/10.31734/agroengineering2018.01.022>
- [3] B. Hu, W. Schiehlen та P. Eberhard, "Comparison of analytical and experimental results for longitudinal impacts on elastic rods", *J. Vib. Control*, т. 9, № 1-2, с. 157–174, січ. 2003. DOI: <https://doi.org/10.1177/107754603030745>
- [4] H. Yang, F. Zhou, Y. Li та Y. Zheng, "Investigating the Taylor impact problem of an elastic rod using the Rayleigh-Love rod theory", *Eur. J. Mechanics - A/Solids*, т. 93, с. 104551, трав. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2022.104551>
- [5] J. Zhang, M. Fang, Q. Zhao, L. Zhao, X. Liang та G. He, "A continuous contact force model for the impact analysis of hard and soft materials", *SSRN Electron. J.*, 2022. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.4058033>
- [6] Y. Chen, J. Wang, Q. Tang та J. Li, "A study on the coarse-to-fine error decomposition and compensation method of free-form surface machining", *Appl. Sci.*, т. 14, № 19, с. 9044, жовт. 2024. DOI: <https://doi.org/10.3390/app14199044>
- [7] B. Prydalnyi та H. Sulym, "Identification of analytical dependencies of the operational characteristics of the workpiece clamping mechanisms with the rotary movement of the input link", *Acta Mech. Autom.*, т. 15, № 1, с. 47–52, берез. 2021. DOI: <https://doi.org/10.2478/ama-2021-0007>
- [8] B. Prydalnyi, "Mechatronic device for two-stage clamping of cylindrical objects in machine tool spindles", *J. Mech. Eng. Transport*, т. 13, № 1, с. 118–123, 2021. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2021-13-1-118-123>
- [9] "Optical micrometer / laser micrometer | KEYENCE america". KEYENCE CORPORATION OF AMERICA. [Онлайн]. Режим доступу: <https://www.keyence.com/products/measure/micrometer>
- [10] Д. Янюк, "Вдосконалення пристрою подачі пруткових заготовок в токарному обладнанні", *Сучасні технології в машинобуд. та трансп.*, т. 2, № 23, с. 297–303, листоп. 2024. DOI: <https://doi.org/10.36910/automash.v2i23.1552>

[11] J. Wang, J. Zhang, F. Zhang, Z. Sun, Z. Sui та Y. Tian, "Measurement-based two-layer optimization scheme for machining system with repetitive and batch characteristics", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, черв. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-022-09460-1>

[12] G. Lasi and R. Mingozi, "Self-damping bar pusher rod for bar feeders", European Patent Office, Patent EP 0873807 A1, 1998.

[13] International Organization for Standardization, ISO 230-2:2014 – Test code for machine tools – Part 2: Determination of accuracy and repeatability of positioning of numerically controlled axes, Geneva, Switzerland: ISO, 2014.

Рекомендована кафедрою прикладної механіки та мехатроніки

Стаття надійшла до редакції 4.11.2025 р.

Придальний Борис Іванович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри прикладної механіки та мехатроніки, <https://orcid.org/0000-0001-8565-5986>, e-mail: b.prydalnyi@lntu.edu.ua ;

Янюк Дмитро Володимирович – аспірант кафедри прикладної механіки та мехатроніки, <https://orcid.org/0009-0002-9633-0620>, e-mail: yanyuk_10719366@lutsk-ntu.com.ua .

Луцький національний технічний університет, Луцьк

B. I. Prydalnyi¹
D. V. Yaniuk¹

THE EFFECT OF THE STOP LIMITING THE AUTOMATIC FEED OF LONG BAR WORKPIECES ON THE ACCURACY OF THEIR AXIAL POSITIONING IN A LATHE

¹Lutsk National Technical University

The influence of a rigid restriction of the automatic feed of a long bar on the accuracy of its axial positioning in a lathe is presented. It is shown that a rigid stop forms a non-stationary mode where the impact changes the boundary condition at the free end of the bar, excites longitudinal stress waves, and causes phase-dependent compression, which is accidentally captured by the clamping chuck. A criterion for a non-rebound mode and an equivalent limit for the bar approach speed are derived, which serve as tools for selecting feed modes, taking into account its length, stiffness, and friction forces. An expression has been obtained for finding the residual dynamic error, which determines the minimum time required to reduce the amplitude of oscillations. A non-monotonic dependence of the parameters of the axial positioning process on the actual length of the fed rod has been analytically demonstrated. It is shown that it is fundamentally impossible to ensure a constant "zero" base with a passive stop throughout the rod consumption cycle due to changes in its mass and stiffness, changes in friction, and degradation of contact with the stop. The practical value of the results obtained also lies in the ability to: calculate the speed of the bar's approach to the stop, the required amount of force to push the bar for given values of its actual length; determine the time delay of vibration damping; evaluate the effect of the stop stiffness on the reduction of bar compression; justify the transition to an active axial positioning scheme.

The novelty of the results obtained lies in interpreting the interaction of the elements of the "pusher-rod-stop" system as a problem of matching wave impedances with an explicit non-rebound criterion and in introducing the envelope of the maximum rod displacements during rebounds as an engineering metric of the guaranteed error at the moment of clamping. The proposed approach forms the theoretical basis for the synthesis of feed modes and design parameters of the stop and opens up the possibility of constructing closed-loop control systems.

Keywords: machine tool, optimization of cutting, modeling of part dimensional errors; system regularities, feed reliability, precision machining of rotating bodies, automation of the control system, stability of the dynamic system, surface accuracy, vibration prediction, stability and failure analysis, cutting edge position.

Borys Ivanovych Prydalnyi – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mechanics and Mechatronics, <https://orcid.org/0000-0001-8565-5986>, e-mail: b.prydalnyi@lntu.edu.ua ;

Dmytro Volodymyrovych Yaniuk – Postgraduate Student of the Department of Applied Mechanics and Mechatronics, <https://orcid.org/0009-0002-9633-0620>, e-mail: yanyuk_10719366@lutsk-ntu.com.ua