

Леонід Поліщук

Доктор технічних наук, професор
Вінницький національний технічний університет
21021, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-5916-2413>

Роман Сивак*

Доктор технічних наук, професор
Вінницький національний технічний університет
21021, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-7459-2585>

Богдан Резидент

Студент
Вінницький національний технічний університет
21021, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна
<https://orcid.org/0009-0009-6578-8576>

Визначення поля тиску в газостатичній опорі високошвидкісного шпиндельного вузла металорізального верстату

Анотація. Точність, швидкохідність та довговічність шпиндельних вузлів дозволяє досягати високих показників під час шліфування виробів. Використання шпиндельних вузлів на опорах кочення характеризується порівняно малою окружною швидкістю різання, що змушує вдаватися до збільшення зусилля притискання інструменту. Це призводить до спотворення геометрії виробу і до зниження якості оброблюваної поверхні. Застосування в конструкціях високошвидкісних шпиндельних вузлів гідростатичних та гідродинамічних підшипників призводить до обмеження частоти обертання шпинделя через втрати на тертя. Шпинделі на електромагнітних опорах поки не знайшли широкого застосування внаслідок складності та високої вартості шпинделів та електронних систем керування. Впровадження в конструкцію шпиндельних вузлів підшипників на газовому мастилі дозволяє підвищити жорсткість та масу шпинделя шляхом збільшення діаметра робочих шийок при одночасному підвищенні окружної швидкості. Підвищення окружної швидкості дозволяє здійснювати обробку з великими подачами, що призводить до підвищення продуктивності та покращення якості. Однак необхідно відзначити значну математичну складність опису динаміки течії газового мастила в зазорі газостатичної опори шляхом застосування класичних методів інженерної теорії потоку. Тому в статті пропонується здійснити опис течії газового мастила в зазорі опори за допомогою розв'язку крайової задачі для рівнянь Нав'є-Стокса. В результаті чисельного розв'язку отриманих рівнянь в консервативній формі отримані залежності безрозмірного тиску від відносного навантаження та коефіцієнту жорсткості. Виконано аналіз експериментальних та теоретично отриманих характеристик шпиндельного вузла і показано, що розроблена методика дозволяє з достатньою для практичного застосування точністю визначати експлуатаційні характеристики шпиндельного вузла з газопроникними шпонковими обмежувачами витрати

Ключові слова: високошвидкісний шпиндель; газовий підшипник; відносний тиск; відносне навантаження; жорсткість

Suggested Citation:

Polishchuk, L., Syvak, R., & Resident, B. (2024). Determination of the pressure field in the gasstatic support of a high-speed spindle assembly of a metal-cutting machine. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*, 10(2), 135-141. doi: 10.63341/vjmet/2.2024.135.

*Corresponding author



Вступ

Основні вимоги до шпиндельних вузлів та їх опор сформульовані в роботах [1, 2] на основі загальних вимог до металообробних верстатів. Сучасні швидкохідні та високоточні шліфувальні, розточувальні та інші верстати повинні забезпечувати точність форми робочих поверхонь, близько десятих часток мікрометра при чистоті поверхні $Ra < 0,08$ мкм. Отримання таких параметрів, чималою мірою, пов'язано з експлуатаційними якостями опор шпиндельних вузлів металообробних верстатів.

Досвід експлуатації шпиндельних вузлів шліфувальних верстатів з опорами різних типів показує, що в ряді випадків застосування газостатичних підшипників є більш бажаним, оскільки такі опори здатні за допомогою усереднювального ефекту газового шару, забезпечити точність обертання шпинделя рівну $0,02 - 0,04$ мкм [3]. Найбільш поширеним типом газостатичних опор, що застосовуються у шпиндельних вузлах, є газові підшипники з живильними отворами. Однак такі опори мають відносно невисоку несучу здатність та жорсткість мастильного шару [4].

У конструкціях високошвидкісних шпиндельних вузлів на газових опорах зазвичай застосовують підшипники з дросельними обмежувачами витрати, які, як відомо, мають порівняно невисоку несучу та демпфувальну здатність мастильного шару. Дослідження показують, що суттєво покращити вихідні характеристики

шпиндельних вузлів здатні газостатичні підшипники з частково газопроникною стінкою вкладиша, особливості роботи яких у складі шпиндельного вузла в даний час залишаються найменш вивченими.

Тому задача створення високошвидкісних шпиндельних вузлів із підшипниками на газовому мастилі, що забезпечують високі експлуатаційні характеристики є актуальною для машинобудування. Як показали дослідження, ефективним способом покращення експлуатаційних характеристик газових підшипників є застосування газопроникних газостатичних опор. Однак нині з низки причин (нестабільність розмірів вкладиша, труднощі обробки його внутрішньої поверхні тощо) газопроникні підшипники отримали обмежене застосування. У ряді робіт [5-7] показано, що найперспективнішим шляхом покращення характеристик газових опор полягає у використанні частково газопроникних газостатичних підшипників, які поєднують непроникну та пористу поверхню вкладиша. Проте доводиться констатувати, що наукові праці, присвячені дослідженню особливостей роботи шпиндельних вузлів з такими опорами, практично повністю відсутні.

Матеріали і методи

Розрахункова схема шпиндельного вузла показана на Рисунок 1.

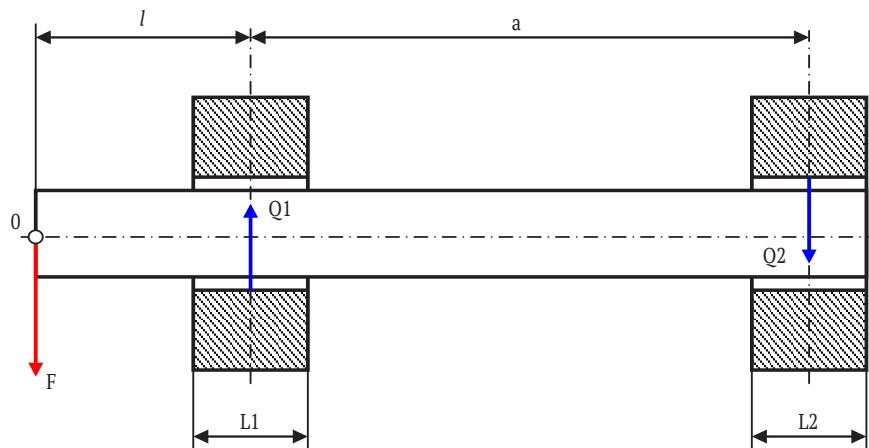


Рисунок 1. Розрахункова схема шпиндельного вузла

Джерело: розроблено авторами

Для визначення навантаження F , що сприймається інструментом, складається рівняння статки – сума проєкцій сил на вісь Y (Рис. 1), яке має вигляд:

$$\frac{F}{(p_s - p_a)L_1 D} = C_{Q_1} - C_{Q_2} \frac{\bar{L}_2}{\bar{L}_1}, \quad (1)$$

де відносно навантаження на інструменті

$$\frac{F}{(p_s - p_a)L_1 D} = \bar{F}; \quad (2)$$

p_s – абсолютний тиск подачі газу; D – діаметр підшипника;

$C_{Q_1} = \frac{Q_1}{(p_s - p_a)L_1 D}$ – коефіцієнт несучої здатності передньої опори;

$C_{Q_2} = \frac{Q_2}{(p_s - p_a)L_2 D}$ – коефіцієнт несучої здатності задньої опори;

$\bar{L}_1 = \frac{L_1}{D}$ – видовження передньої опори;

$\bar{L}_2 = \frac{L_2}{D}$ – видовження задньої опори.

Жорсткість інструменту визначається за формулою:

$$k_F = \frac{dF}{dy}, \quad (3)$$

відповідний їй коефіцієнт жорсткості дорівнює

$$k_{\bar{F}} = \frac{d\bar{F}}{d\bar{y}}, \quad (4)$$

де $\bar{y} = \frac{y}{c}$ – відносне зміщення осі інструменту.

В роботах [8, 9] показано, що для визначення безрозмірних вихідних характеристик шпіндельних вузлів (відносного навантаження $\bar{F}$ та коефіцієнта жорсткості $k_{\bar{F}}$) необхідно знати експлуатаційні характеристики газостатичних опор, значення яких повністю залежать від характеру розподілу тиску газу в зазорі підшипників. В основі розрахунку потоку газового мастила у зазорі підшипників з газопроникними обмежувачами витрати використовується система рівнянь нерозривності, руху та енергії з теорії газової динаміки.

При аналізі течії газу в зазорі підшипника прийнято фундаментальні в теорії газового мастила припущення:

1. Потік газу в пористому середовищі вважається в'язким і ламінарним. До такої течії можливо застосувати закон Дарсі, що дозволяє вважати коефіцієнт проникності пористого матеріалу kP сталим.

2. Течія мастила в зазорі підшипника ізотермічна, а саме мастило стискається та задовольняє рівнянню стану $p = \rho RT$.

3. Радіус шпинделя набагато більше товщини мастильного шару.

4. Товщина мастильного шару така, що дозволяє знехтувати течією в плівці в напрямку нормалі до стінок підшипника і вважається, що тиск у цьому напрямі незмінний.

5. Масові та інерційні сили зневажливо малі в порівнянні з силами в'язкого тертя і відновлювальною силою мастильного шару, що урівноважує зовнішнє навантаження.

6. Течія газу в зазорі підшипника – стаціонарна.

Розв'язок задачі виконано для дворядного газостатичного підшипника з газопроникними вставками.

Газ під тиском з камери нагнітання надходить через газопроникні вставки в мастильний шар підшипника. Газопроникні вставки мають форму шпонок розміром $t \times a$. У загальному випадку кількість вставок в одному ряду дорівнює $N_{\text{сст}}$. Підшипник одночасно сприймає радіальне навантаження, що викликає зсув центру шпинделя в площині, що проходить через осі шпинделя і підшипника (площина зміщення), і поздовжній момент, який призводить до перекосу осі обертання шпинделя у вертикальній площині, що проходить через вісь підшипника (площина перекосу).

У роботі [10] показано, що прийняті припущення дозволяють визначити поле тиску газу у зазорі частково газопроникного підшипника за допомогою рівняння Нав'є-Стокса. Необхідно відзначити значну математичну складність опису динаміки течії газового мастила в

зазорі газостатичної опори шляхом застосування класичних методів інженерної теорії потоку. Отже, існує необхідність розвитку математичних підходів, які забезпечують коректний феноменологічний опис течії газового мастила в зазорі опори. Таким напрямом і є розв'язок крайових задач для рівнянь Нав'є-Стокса [10]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

і рівняння нерозривності

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

де x, y – координати; t – час; u, v – розмірні складові швидкості вздовж осей x і y відповідно; ρ і η – густина і в'язкість мастила; P – тиск мастила у зазорі опори.

Результати

Для створення математичної моделі задачі, зручної для теоретичного аналізу, а також для забезпечення загальності розв'язків, введемо наступні безрозмірні величини: $\bar{x} = \frac{x}{a}$, $\bar{y} = \frac{y}{a}$ – безрозмірні координати (де характерний розмір a – ширина каналу); $\bar{u} = \frac{u}{U_0}$, $\bar{v} = \frac{v}{U_0}$ – безрозмірні складові швидкості вздовж осей x і y (де U_0 – швидкість матеріалу у вхідному каналі опори); $\bar{P} = \frac{P}{(\rho U_0^2)}$ – безрозмірний тиск; $Re = \frac{U_0 a \rho}{\eta}$ – число Рейнольдса; $\bar{t} = \frac{t \eta}{\rho a^2}$ – безрозмірний час; $\bar{x} = Re \cdot \bar{u} \bar{t}$, $\bar{y} = Re \cdot \bar{v} \bar{t}$ – безрозмірні координати через число Рейнольдса і безрозмірні складові швидкості та часу.

Для випадку, коли $Re \ll 1$ після перетворень рівнянь (5) і (6) одержуємо такі рівняння в консервативній формі:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + Re \left[\frac{\partial(\bar{u}^2)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \right] = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + Re \left[\frac{\partial(\bar{v}^2)}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} \right] = \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2}. \quad (9)$$

Для розв'язку рівнянь (8) і (9) застосуємо один із чисельних методів, який знайшов широке розповсюдження при розв'язку задач механіки середовищ і легко реалізується за допомогою спеціалізованої програмної системи, що заснована на методі кінцевих елементів [11]. Метод, що використовується для кінцеворізнцевої апроксимації, ґрунтується на покриванні області зазору між підшипником і шпинделем рівномірною сіткою квадратних елементів з наступною заміною шуканих функцій $\bar{u} = \bar{u}(\bar{x}, \bar{y})$, $\bar{v} = \bar{v}(\bar{x}, \bar{y})$ і $\bar{P} = \bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$ на функції вузлових аргументів.

Кінцево-різнцеві аналоги рівнянь (8), (9) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i+1,j}^{n+1} = & \bar{u}_{i+1,j} + \tau Re \frac{(\bar{u}_{i+2,j} + \bar{u}_{i+1,j})^2 - (\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i,j})^2}{4\xi} - \\ & - \tau Re \frac{(\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i+1,j+1}) \cdot (\bar{v}_{i+1,j+1} + \bar{v}_{i,j+1}) - (\bar{u}_{i+1,j-1} + \bar{u}_{i+1,j}) \cdot (\bar{v}_{i+1,j} + \bar{v}_{i,j})}{4\xi} - \\ & - \tau Re \frac{\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i,j}}{\xi} + \tau \frac{\bar{u}_{i+2,j} - 2\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i,j}}{\xi^2} + \tau \frac{\bar{u}_{i+1,j+1} - 2\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i+1,j-1}}{\xi^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{i,j+1}^{n+1} = & \bar{v}_{i,j+1} - \tau Re \frac{(\bar{v}_{i,j+2} + \bar{v}_{i,j+1})^2 - (\bar{v}_{i,j+1} + \bar{v}_{i,j})^2}{4\bar{\xi}} - \\ & - \tau Re \frac{(\bar{u}_{i+1,j+1} + \bar{u}_{i+1,j})(\bar{v}_{i,j+1} + \bar{v}_{i+1,j+1}) - (\bar{u}_{i,j+1} + \bar{u}_{i,j})(\bar{v}_{i-1,j+1} + \bar{v}_{i,j+1})}{4\bar{\zeta}} - \\ & - \tau Re \frac{\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j}}{\bar{\zeta}} + \tau \frac{\bar{v}_{i,j+2} - 2\bar{v}_{i,j+1} + \bar{v}_{i,j}}{\bar{\zeta}^2} + \tau \frac{\bar{v}_{i+1,j+1} - 2\bar{v}_{i,j+1} + \bar{v}_{i-1,j+1}}{\bar{\zeta}^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

де $\bar{\xi}$ і $\bar{\zeta}$ – кроки координати.

Безрозмірний тиск $\bar{P} = \bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$ в будь-якому вузлі кінцево-різницевої сітки визначаємо ітераційним методом:

$$\bar{P}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{p}_{i+1,j} + \bar{p}_{i-1,j} + \beta^2(\bar{p}_{i,j+1} + \bar{p}_{i,j-1}) - \bar{\xi}^2 S_{i,j}}{2(1+\beta^2)}, \quad (12)$$

$$\text{де} \quad D_{i,j} = \frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\bar{\xi}} + \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\bar{\zeta}}; \quad (13)$$

$$D_{i,j} = \frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\bar{\xi}} + \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\bar{\zeta}}. \quad (14)$$

Водночас необхідно відзначити, що чисельне рішення крайової задачі для рівнянь Нав'є-Стокса, записаних через змінні компоненти швидкості течії u, v і тиск P , не повною мірою враховує вплив вхідного газопроникного каналу і вимагає порівняно великого часу обчислень, оскільки чисельне рішення будується для системи двох диференціальних рівнянь у частинних похідних (8), (9).

Тому зручно проаналізувати рівняння переносу вихору і тим самим перейти до рішення одного диференціального рівняння у частинних похідних замість системи. Відповідно до методик [12, 13] виконаємо диференціювання (8) по y і (9) по x , виключимо тиск і визначимо вихор як:

$$\zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (15)$$

Тоді маємо:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} - v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right). \quad (16)$$

Або в консервативній формі:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial(u\zeta)}{\partial x} - \frac{\partial(v\zeta)}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right). \quad (17)$$

Визначимо функцію потоку із співвідношень:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v. \quad (18)$$

Тоді рівняння вихору (15) буде мати вигляд:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \zeta. \quad (19)$$

Безрозмірний вихор має вигляд

$$\bar{\zeta} = \frac{\zeta a}{u_0},$$

а безрозмірна функція потоку –

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{u_0 a}.$$

Тоді рівняння переносу вихору (17) буде мати вид:

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{t}} = -Re \left(\frac{\partial(\bar{u}\bar{\zeta})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial(\bar{v}\bar{\zeta})}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{y}^2}, \quad (20)$$

а рівняння функцій потоку (18) набудуть вигляд:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} = \bar{u}; \quad \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} = -\bar{v}. \quad (21)$$

Тоді вихор (15) запишеться так:

$$\bar{\zeta} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}. \quad (22)$$

Запишемо співвідношення (20) у кінцеворізницево-му вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} = & \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\tau} Re \\ & \left(\frac{\bar{u}_{i+1,j} \bar{\zeta}_{i+1,j}^n - \bar{u}_{i-1,j} \bar{\zeta}_{i-1,j}^n}{2\bar{\xi}} + \frac{\bar{v}_{i,j+1} \bar{\zeta}_{i,j+1}^n - \bar{v}_{i,j-1} \bar{\zeta}_{i,j-1}^n}{2\bar{\zeta}} \right) + \\ & + \bar{\tau} \left(\frac{\bar{\zeta}_{i+1,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} + \bar{\zeta}_{i-1,j}^{n+1}}{\bar{\xi}^2} + \frac{\bar{\zeta}_{i,j+1}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} + \bar{\zeta}_{i,j-1}^{n+1}}{\bar{\zeta}^2} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Після перетворення отримаємо:

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} = & \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\tau} Re \\ & \left(\frac{\bar{u}_{i+1,j} \bar{\zeta}_{i+1,j}^n - \bar{u}_{i-1,j} \bar{\zeta}_{i-1,j}^n}{2\bar{\xi}} + \frac{\bar{v}_{i,j+1} \bar{\zeta}_{i,j+1}^n - \bar{v}_{i,j-1} \bar{\zeta}_{i,j-1}^n}{2\bar{\zeta}} \right) + \\ & + \bar{\tau} \left(\frac{\bar{\zeta}_{i+1,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} + \bar{\zeta}_{i-1,j}^{n+1}}{\bar{\xi}^2} + \frac{\bar{\zeta}_{i,j+1}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^n - \bar{\zeta}_{i,j}^{n+1} + \bar{\zeta}_{i,j-1}^{n+1}}{\bar{\zeta}^2} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

де $\bar{\xi} = \frac{\xi}{a}$ – безрозмірний крок координати вздовж вісі x ; $\bar{\zeta} = \frac{\zeta}{a}$ – безрозмірний крок координати вздовж вісі y ; $\bar{\tau} = \frac{\Delta t \eta}{\rho a^2}$ – безрозмірний крок часу; Δt – розмірний крок часу.

Аналогічно визначимо співвідношення (20) у кінцеворізницево-му вигляді для інших значень операторів i, j .

Після диференціювання рівняння імпульсу і додавання результатів отримаємо рівняння для тиску:

$$\Delta P = -Re \left(\frac{\partial^2(\bar{u}^2)}{\partial \bar{x}^2} + 2 \frac{\partial^2(\bar{u}\bar{v})}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \frac{\partial^2(\bar{v}^2)}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial \bar{t}} \right) + \left(\frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial \bar{y}^2} \right), \quad (25)$$

$$\text{де} \quad D = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} - \text{дивергенція швидкості}. \quad (26)$$

Різницеві оператори з урахуванням різницевого співвідношення

$$\frac{\partial D}{\partial \bar{t}} \Big|_{i,j} = \frac{D^{n+1} - D^n}{\bar{\tau}} \Big|_{i,j} = -\frac{D_{i,j}^n}{\bar{\tau}} \quad (27)$$

будуть наступні:

$$D_{i,j} = \frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\bar{\xi}} + \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\bar{\zeta}}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
S_{i,j} = & -Re \frac{(\bar{u}_{i+2,j} + \bar{u}_{i+1,j})^2 - 2(\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i,j})^2 + (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{i-1,j})^2}{4\xi^2} - Re \frac{(\bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i+1,j+1})(\bar{v}_{i+1,j+1} + \bar{v}_{i,j+1}) - (\bar{u}_{i+1,j-1} + \bar{u}_{i+1,j})(\bar{v}_{i+1,j} + \bar{v}_{i,j})}{2\xi\zeta} + \\
& + Re \frac{(\bar{u}_{i,j+1} + \bar{u}_{i,j})(\bar{v}_{i-1,j+1} + \bar{v}_{i,j+1}) - (\bar{u}_{i,j-1} + \bar{u}_{i,j})(\bar{v}_{i-1,j} + \bar{v}_{i,j})}{2\xi\zeta} - Re \frac{(\bar{v}_{i,j+2} + \bar{v}_{i,j+1})^2 - 2(\bar{v}_{i,j+1} + \bar{v}_{i,j})^2 + (\bar{v}_{i,j} + \bar{v}_{i,j-1})^2}{4\zeta^2} - Re \frac{D_{i,j}}{\bar{\tau}} - \\
& - \frac{D_{i+1,j} - 2D_{i,j} + D_{i-1,j}}{\xi^2} - \frac{D_{i,j+1} - 2D_{i,j} + D_{i,j-1}}{\zeta^2}.
\end{aligned} \quad (29)$$

Функцію потоку і тиск визначаємо ітераційним методом за співвідношеннями:

$$\bar{\psi}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{\psi}_{i+1,j}^k + \bar{\psi}_{i-1,j}^k + \beta^2 \bar{\psi}_{i,j+1}^k + \beta^2 \bar{\psi}_{i,j-1}^k - \bar{\xi}^2 S_{i,j}}{2(1+\beta^2)}, \quad (30)$$

$$\bar{P}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{P}_{i+1,j}^n + \bar{P}_{i-1,j}^n + \beta^2 (\bar{P}_{i,j+1}^n + \bar{P}_{i,j-1}^n) - \bar{\xi}^2 S_{i,j}}{2(1+\beta^2)}. \quad (31)$$

Оцінка достовірності результатів теоретичного розрахунку вихідних характеристик шпиндельного

вузла виконана шляхом зіставлення з дослідними даними. Експерименти проведені під час роботи опор у режимі відсутності торкання між шийкою валу і підшипником, тобто їх розділяє шар газового мастила. Вихідні характеристики шпиндельного вузла під час роботи опор у такому режимі представлені на Рисунках 2 і 3. Аналіз представлених графіків показав, що максимальна помилка у визначенні залежності безрозмірного тиску $\bar{P}$ від відносного навантаження $\bar{F}$ не перевищує 6 %, а від коефіцієнта жорсткості k_F не перевищує 10 %.

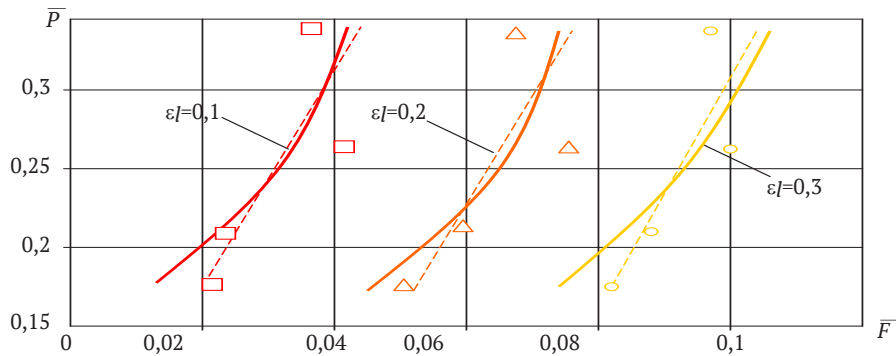


Рисунок 2. Залежність безрозмірного тиску $\bar{P} = \bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$ від відносного навантаження $\bar{F}$ та відносного ексцентриситету ϵl

Примітки: - - - - - апроксимація експериментальних даних; — — — теоретична крива
Джерело: розроблено авторами

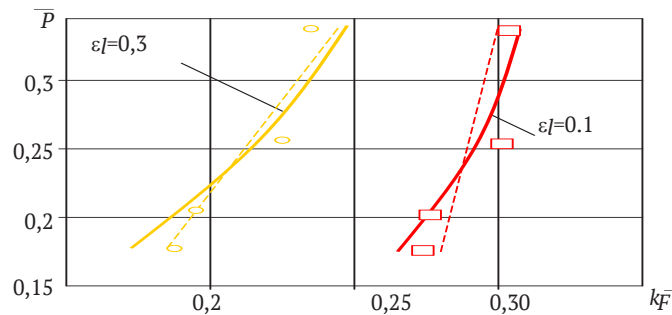


Рисунок 3. Залежність безрозмірного тиску $\bar{P} = \bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$ від коефіцієнту жорсткості k_F та відносного ексцентриситету ϵl

Примітки: - - - - - апроксимація експериментальних даних; — — — теоретична крива)
Джерело: розроблено авторами

Дослідженнями [14, 15] встановлено, що зростання коефіцієнтів несучої здатності обумовлене, головним чином, превалюючим падінням тиску в розвантажувальній частині підшипника. При подальшому збільшенні конструктивного параметра домінуючим стає зниження тиску в навантажувальній частині підшипника, внаслідок чого коефіцієнт несучої здатності починає знижуватися. Чисельне дослідження впливу

відносного тиску нагнітання газу при роботі газових опор в режимі відсутності торкання між шийкою валу і підшипником показує, що помітного впливу на вихідні характеристики він не надає. Незначне прирощення навантаження на консолі валу та жорсткості при відносному тиску нагнітання газових опор в області великих чисел стисливості пов'язаний з посиленням ефекту мастильного клина.

Висновки

Запропоновано математичну модель течії газу в зазорі підшипників на газовому мастилі та методика розрахунку визначити поле тиску газу у зазорі частково газопроникного підшипника шпиндельного вузла. Аналіз експериментальних та теоретичних вихідних характеристик шпиндельного вузла показав, що розроблена методика дозволяє з достатньою для

практичного застосування точністю визначати експлуатаційні характеристики шпиндельного вузла з газопроникними шпонковими обмежувачами витрати. Розбіжність розрахункових та дослідних значень залежності безрозмірного тиску $\bar{P}$ від відносного навантаження $\bar{F}$ не перевищує 6 %, а від коефіцієнта жорсткості k_F не перевищує 10 %.

Список використаної літератури

- [1] Chen, S., Yang, S., Liao, Z., Cheung, C.F., Jiang, Z., & Zhang, F. (2021). Curvature effect on surface topography and uniform scallop height control in normal grinding of optical curved surface considering wheel vibration. *Optics Express*, 29(6), 8041-8063. doi: [10.1364/OE.418599](https://doi.org/10.1364/OE.418599).
- [2] Gupta, M.K., et al. (2021). A review on conventional and advanced minimum quantity lubrication approaches on performance measures of grinding process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 117, 729-750. doi: [10.1007/s00170-021-07785-x](https://doi.org/10.1007/s00170-021-07785-x).
- [3] Chen, D., Gao, X., Zha, C., Pan, R., & Fan J. (2020). Tilt angle of hydrostatic spindle influenced by microscale effects. *Tribology Transactions*, 63, 28-37. doi: [10.1080/10402004.2019.1654053](https://doi.org/10.1080/10402004.2019.1654053).
- [4] Zha, J., Chen, Y., Zhang, P., & Chen, R. (2020). Effect of design parameters and operational conditions on the motion accuracy of hydrostatic thrust bearing. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 234(8), 1481-1491. doi: [10.1177/0954406219895532](https://doi.org/10.1177/0954406219895532).
- [5] Gao, S., Shang, Y., Gao, Q., Lu, L., Zhu, M., Sun, Y., & Yu, W. (2021). CFD-based investigation on effects of orifice length-diameter ratio for the design of hydrostatic thrust bearings. *Applied Sciences*, 11(3), article number 959. doi: [10.3390/app11030959](https://doi.org/10.3390/app11030959).
- [6] Zhang, H., Liu, Y., Hafezi, M., Hua, M., & Dong G. (2020). A distribution design for circular concave textures on sectorial thrust bearing pads. *Tribology International*, 149, article number 105733. doi: [10.1016/j.triboint.2019.04.017](https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.04.017).
- [7] Cicone, T., Marinescu, A.A., & Sorohan, S. (2020). A simple analytical model for an elastohydrostatic thrust bearing. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 724, article number 12041. doi: [10.1088/1757-899X/724/1/012041](https://doi.org/10.1088/1757-899X/724/1/012041).
- [8] Shang, Y., Cheng, K., Ding, H., & Chen, S. (2020). Multiscale modelling and analysis on the heavy-duty hydrostatic journal bearing for a precision press machine. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 825, article number 12010. doi: [10.1088/1757-899X/825/1/012010](https://doi.org/10.1088/1757-899X/825/1/012010).
- [9] Oliynyk, K.O. (2020). Synthesis of spindle assemblies on the basis of motor-spindles with the use of system-morphological approach. *Bulletin of the Mykhailo Ostrogradsky KrNU*, 5-6(124-125), 133-138. doi: [10.30929/1995-0519.2020.5-6.133-138](https://doi.org/10.30929/1995-0519.2020.5-6.133-138).
- [10] Perig, O.V., & Golodenko, N.N. (2021). [Fluid mechanics-based research into beveled punch-assisted extrusion through a T-shaped angular domain](https://doi.org/10.3390/polym13010047). *Kautschuk und Gummi Kunststoffe*, 74(1), 47-50.
- [11] Vitiuk, A., Polishchuk, L., Savina, N.B., Adler, O.O., Kashaganova, G., & Kumargazhanova, S. (2023). Engineering and technical assessment of the competitiveness of Ukrainian mechanical engineering enterprise based on the application of regression models. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Srodowiskathis*, 13(3), 125-128. <https://doi.org/10.35784/iapgos.5351>.
- [12] Syvak, R.I., Solona, O.V., & Zaliznyak, R.O. (2022). Peculiarities of using one- and two-dimensional finite elements in modeling the kinematics of plastic flow of metal. *Vibrations in Engineering and Technologies*, 2(105), 45-51. doi: [10.37128/2306-8744-2022-2-5](https://doi.org/10.37128/2306-8744-2022-2-5).
- [13] Xiong, W.L., Sun, W.B., Liu, K., Xu, M.H., & Pei, T. (2021). [Active magnetic bearing technology development in high-speed motorized spindles](https://doi.org/10.1016/j.jme.2021.01.001). *Journal of Mechanical Engineering*, 57, 1-17.
- [14] Zhu, Y.T., Yao, Y.G., Huang, K., Li, D.Y., Zhang, H.T., & Zhai, D.Y. (2021). The study of influence coefficient method and its application in the dynamic balancing for high-speed spindle. *Mechanical & Electrical Engineering Technology*, 50, 228-235.
- [15] Zhang, Y., Li, M., Yao, H., Gou, Y., & Wang, X. (2021). [A modal-based balancing method for a high-speed rotor without trial weights](https://doi.org/10.1016/j.mech.2021.01.001). *Mechanical Sciences*, 12, 85-96.

Leonid Polishchuk

Doctor of Technical Sciences, Professor
Vinnytsia National Technical University
21021, 95 Khmelnytske Shose Str., Vinnytsia, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-5916-2413>

Roman Syvak

Doctor of Technical Sciences, Professor
Vinnytsia National Technical University
21021, 95 Khmelnytske Shose Str., Vinnytsia, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-7459-2585>

Bohdan Resident

Student
Vinnytsia National Technical University
21021, 95 Khmelnytske Shose Str., Vinnytsia, Ukraine
<https://orcid.org/0009-0009-6578-8576>

Determination of the pressure field in the gasstatic support of a high-speed spindle assembly of a metal-cutting machine

Abstract. Accuracy, speed and durability of spindle assemblies allow to achieve high performance during grinding of products. The use of spindle assemblies on rolling bearings is characterised by a relatively low peripheral cutting speed, which forces to resort to strong pressing of the wheel. This leads to distortion of the geometry of the product and to a decrease in the quality of the ground surface. The use of hydrostatic and hydrodynamic bearings in the designs of high-speed spindle assemblies leads to a limitation of the spindle rotation frequency due to friction losses. Spindles on electromagnetic supports have not yet found wide application due to the complexity and high cost of spindles and electronic control systems. The introduction of gas-lubricated bearings into the design of spindle assemblies allows to increase the rigidity and mass of the spindle by increasing the diameter of the working journals while simultaneously increasing the peripheral speed of the tool. Increasing the peripheral speed allows grinding with high feeds, which leads to increased productivity, improved grinding quality and reduced sensitivity to imbalance of the mandrel and circle, since their mass is noticeably less than the mass of the spindle. However, it is necessary to note the significant mathematical complexity of describing the dynamics of the flow of gas lubricant in the gap of a gas-static support by using classical methods of engineering flow theory. Therefore, the article proposes to describe the flow of gas lubricant in the gap of the support by solving the boundary value problem for the Navier-Stokes equations. As a result of numerical solution of the obtained equations in conservative form, the dependences of dimensionless pressure on relative load and stiffness coefficient were obtained. The analysis of experimental and theoretical obtained characteristics of the spindle assembly was performed and it was shown that the developed method allows to determine the operational characteristics of the spindle assembly with gas-permeable key flow limiters with sufficient accuracy for practical application

Keywords: high-speed spindle; gas bearing; relative pressure; relative load; stiffness