

**В. П. Сахно<sup>1</sup>**  
**С. В. Цимбал<sup>2</sup>**  
**В. М. Поляков<sup>1</sup>**  
**І. С. Мурований<sup>3</sup>**  
**С. М. Шарай<sup>1</sup>**  
**М. П. Рой<sup>1</sup>**

## ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ТРИЛАНКОВИХ АВТОПОЇЗДІВ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ВАНТАЖІВ

<sup>1</sup>Національний транспортний університет

<sup>2</sup>Вінницький національний технічний університет

<sup>3</sup>Луцький національний технічний університет

*На сьогодні в країнах ЄС для виконання вантажних перевезень використовуються триланкові автопоїзди різноманітних компоувальних схем, зокрема сидельно причіпні, причіпні на підкатному візку та типу «B-Dauble», що сприяє підвищенню ефективності виконання перевізного процесу. Загальна маса таких автопоїздів однакова і перебуває на рівні 60 т, а довжина – до 26 м. Можливість триланкового автопоїзда ефективно маневрувати виражається в його здатності легко пройти усі повороти, які трапляються на шляху, і виконувати маневри, включно з поворотами та навіть можливістю рухатися заднім ходом, особливо в точках завантаження та розвантаження вантажу. Тому порівняльна оцінка розглянутих триланкових автопоїздів проведена за маневреністю.*

*Серед наявних показників маневреності для автопоїздів найбільш важливими є габаритна смуга руху (ГСР) і можливість рухатися заднім ходом. Траєкторії ланок автопоїзда, що визначають ГСР, отримані шляхом розв'язку диференціальних рівнянь руху для автопоїзда типу «B-Double» з усіма керованими осями, на основі яких розглянуті усі інші компоувальні схеми за копового руху автопоїзда. За такої умови встановлено, що тільки триланковий автопоїзд типу «B-double» з тривісними некерованими першим напівпричепом і керованим другим напівпричепом із приводом на його задню вісь відповідає вимогам Директиви 2002/7/ЄС щодо маневреності. Тому серед розглянутих автопоїздів перспективним може стати саме такий автопоїзд. Встановлено, що стабільного руху автопоїзда заднім ходом без складання ланок можна досягти шляхом передачі тягового зусилля на задню керовану вісь напівпричепу. Визначено необхідну потужність двигуна, встановленого на задній осі напівпричепу, за умови руху автопоїзда криволінійною траєкторією, яка становила 65 кВт. У разі застосування силового способу повороту колесами задньої осі напівпричепу такі двигуни повинні розташовуватися на кожному з коліс. Визначена необхідна різниця крутних моментів на колесах осі напівпричепу, що відповідає куту повороту його керованих коліс, за умови руху по кривій заданого радіуса. Зокрема, за фіксованої швидкості повороту  $v = 2\text{ м/с}$  при русі по кривій малого радіуса різниця крутних моментів на осі напівпричепу повинна змінюватися в межах 370–1050 Нм, що забезпечується прийнятими мотор-колесами.*

**Ключові слова:** триланковий автопоїзд, вантажні перевезення, керована причіпна ланка, габаритна смуга руху, маневреність, потужність, різниця крутних моментів.

### Вступ

З кожним роком зацікавленість у триланкових автопоїздах охоплює багато країн та автомобілебудівників світу. Це пов'язано з низкою переваг триланкових автопоїздів (рис. 1) порівняно з дволанковими [1]. Зокрема, зменшена власна маса триланкових автопоїздів на одиницю вантажопідйомності, що робить їх більш легкими та ефективними у перевезенні вантажів; економічна вигода завдяки меншій вартості виробництва причепів та напівпричепів для триланкових автопоїздів, порівняно з автомобілями, які мають таку ж вантажопідйомність; збільшена площа кузова триланкових автопоїздів (приблизно у 1,5 раза), що приводить до значних переваг у процесі експлуатації; зменшення капіталовкладень у будівництво зон зберігання, оскільки причепи та напівпричепи не потребують критич приміщень; можливість оперативного планування перевезень із різноманітним складом автопоїзда залежно від умов експлуатації; зменшені витрати на технічне обслуговування та ремонт на одиницю вантажопідйомності; сприяння зменшенню кількості автотранспортних засобів на дорогах та покращення умов перевезення вантажів, внаслідок чого підвищується надійність доставки вантажів.

Можна бути впевненим, що незабаром рух автопоїздів підвищеної вантажопідйомності (і ланкових також) на автошляхах Європи та України стане звичайним явищем. Але можливість використання таких автопоїздів повинна бути підтверджена не тільки транспортним законодавством, а і вирішенням певних технічних проблем, спрямованих насамперед на забезпечення безпеки їх руху при достатньо

високій продуктивності. Законодавчі обмеження довжини автомобілів і дволанкових автопоїздів, що діють в країнах ЄС, зводяться здебільшого до нормування радіусів повороту і ширини коридора, що займає АТЗ при здійсненні маневру.



Рис. 1. Триланковий автопоїзд типу «B-Double»

Крім національних розроблені і міжнародні вимоги та рекомендації, що регламентують показники маневреності АТЗ. Зокрема, об'єднаним комітетом конструкторів причепів і напівпричепів країн, що входять у ЄС, встановлена довжина сидельного автопоїзда на рівні 16,5 м, а зовнішній радіус його повороту – 13 м (при внутрішньому – 5,3 м). Водночас у Директиві і рекомендаціях ЕЭК ООН зазначено, що автопоїзд такого типу повинен вписатися в поворот, обмежений відповідно радіусами 12,5 м і 5,3 м [2]. Тому при комплектації автопоїздів із наявних причепів і напівпричепів або проектуванні нових транспортних засобів необхідно визначати межу можливого їх використання за маневреністю. Ця задача вимагає аналізу умов експлуатації та визначення рівня маневреності, який необхідний для конкретного автопоїзда в конкретних умовах експлуатації.

Фактори, що враховуються під час руху автопоїзда по криволінійній дорозі в реальних умовах, ускладнюють вибір параметрів автопоїзда, зокрема компоувальних параметрів, які повинні забезпечувати необхідну маневреність та стійкість під час руху. На сьогодні в країнах ЄС експлуатуються триланкові автопоїзди різноманітних компоувальних схем, зокрема сидельно-причіпні, причіпні на підкатному візку та типу «B-Double» (рис. 2).

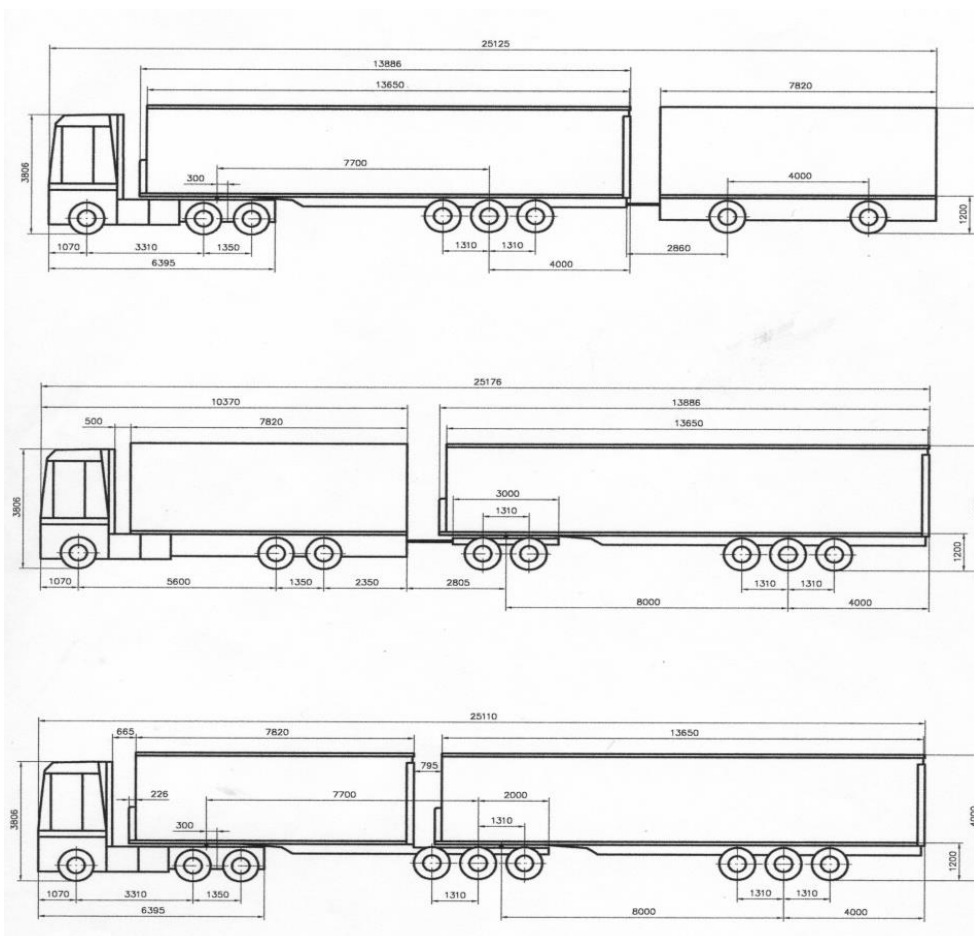


Рис. 2. Компоувальні схеми триланкових автопоїздів [1]

Загальна маса таких автопоїздів однакова і перебуває на рівні 60 т. Ці автопоїзди комплектуються автомобілями-тягачами марок MAN TGA, Iveco Magirus, Scania Rseries, DAF XF 105 та Volvo FH16 із причепами та напівпричепами марки Krone. Тому питання маневреності таких автопоїздів розглядалися переважно для некерованих причіпних ланок на жорстких у бічному напрямку колесах [1, 3, 4]. У роботі [1], зокрема, встановлено, що жоден з автопоїздів у складі автомобіля-тягача Scania із причепом на візку «dolly» (автопоїзд № 1), автомобіля-тягача Scania із двома напівпричепами («b-double», автопоїзд № 2), автомобіля-тягача Scania із напівпричепом та причепом (автопоїзд № 3), автомобіля-тягача Scania із двома причепами з наближеними осями (автопоїзд № 4) з некерованими причіпними ланками не відповідає вимогам DIRECTIVE 2002/7/EC.

Достатня маневреність триланкового автопоїзда означає, що він може легко керувати на усіх поворотах на шляху, а також виконувати маневри, включно з поворотами, а у разі необхідності рухатися назад, особливо в місцях завантаження та розвантаження вантажу.

Експлуатаційні властивості містять дев'ять показників маневреності, три із яких є динамічними, а три – кінематичними. Однак для триланкового автопоїзда основними можна вважати два кінематичних показники маневреності, а саме [1]:

- можливість рухатися заднім ходом;
- габаритну смугу руху (ГСР), що дорівнює різниці радіусів повороту найбільш віддаленої і найбільш близької до центру точок автопоїзда, тобто різниці габаритних радіусів повороту – внутрішнього ( $R_{вг} = 5,3$  м) та зовнішнього ( $R_{зг} = 12,5$  м).

Отже, для визначення, наскільки певний триланковий автопоїзд підходить для конкретних умов експлуатації з погляду маневреності, потрібно вивчити маршрути руху, які передбачаються, і визначити значення показників маневреності шляхом розрахунків або експериментів. Порівнявши ці значення з вимогами, які встановлені на основі аналізу реальних маршрутів, можна зробити висновок про те, наскільки високий рівень маневреності вже досягнутий і наскільки він відповідає необхідному рівню [3].

Якщо виявляється, що рівень маневреності конкретного триланкового автопоїзда не відповідає необхідному рівню, то необхідно розробити заходи або рекомендації для виправлення цієї невідповідності. Під час проектування нових триланкових автопоїздів ці рекомендації і заходи мають бути враховані на початкових стадіях розробки. Важливо зазначити, що в умовах наявності більше двох ланок у складі автопоїзда виникають значні труднощі у дослідженні руху через потребу враховувати вплив великої кількості факторів на рух усіх ланок.

Вплив взаємодії між сусідніми ланками автопоїзда відчутний у всій структурі транспортного засобу і призводить до змін у руховому напрямку модулів відносно напрямку руху ведучої ланки (тягача) [4]. Характеристики маневреності та стійкості руху автотранспортного засобу визначаються через взаємодію експлуатаційних, масово-геометричних та конструктивних параметрів його складових модулів та систем управління. Узагальнено важливою є взаємодія цих параметрів для забезпечення потрібної маневреності та стійкості автотранспортного засобу, навіть при зміні умов навантаження і швидкості руху. Це призводить до ускладнення завдання визначення точних конструктивних параметрів та кількісних показників для оцінки маневреності та стійкості автотранспортного засобу на ранніх стадіях проектування. Успіх у вирішенні подібних завдань залежить від того, наскільки вдало обрано математичну модель та важливі параметри, які відображають рух динамічної системи в різних умовах. У роботах [5, 6] проведено спрощений аналіз маневреності і стійкості різних комбінацій таких автомобільних транспортних засобів, як тягач із одним або двома напівпричепами, а також окремий автомобіль і повний причіп. У розглянутому аналізі комбінації автомобілів із причепами та напівпричепами розглядаються як лінійні динамічні системи з двома ступенями свободи для кожної з них. У роботі були виведені рівняння руху, враховуючи вплив гальмування та прискорення, й отримано характерне рівняння для руху зі сталим значенням швидкості. У роботі [7] запропонована уніфікована модель, яка охоплює динаміку обертання для машин із шарнірним з'єднанням, враховуючи обертання осей як тягового автомобіля, так і причіпної секції. В цій моделі враховані всі можливі конфігурації автопоїздів, включно з різними видами шарнірних з'єднань, розташуванням силового обладнання та компонованням активного шасі. Мотивацією для такого дослідження є ключове питання: як створити уніфіковану модель, яка була б застосовною для всіх зазначених конфігурацій транспортних засобів? Для розробки моделі крок за кроком представлено три шари процесу моделювання. Взаємодія шини з опорною поверхнею описана магічною формулою з урахуванням зміни вертикального навантаження. Автопоїзд представлений у вигляді системи диференціальних рівнянь. Варіація моделі показала доцільність, ефективність та зручність запропонованого підходу, який можна налаштувати для будь-якого зчленованого АТЗ при визначенні параметрів маневреності, а також стійкості у прямолінійному

русі. В роботі [8] показано, що вантажні автомобілі з великою кількістю причепів (МТАНВ) можуть демонструвати нестабільні режими руху на високих швидкостях, як-от складання ланок, гойдання причепа та навіть перекидання. Ці нестабільні умови можуть спричинити аварії на дорозі. З іншого боку такі автотранспортні засоби мають погану маневреність на низьких швидкостях. Це вимагає пошуку компромісу між маневреністю на низьких швидкостях та стійкістю на високих швидкостях.

Метою роботи є порівняльний аналіз маневреності триланкових автопоїздів різних компоновальних схем із керованими причіпними ланками.

### Результати дослідження

Серед розглянутих показників маневреності для автопоїздів найбільш важливими є габаритна смуга руху і можливість рухатися заднім ходом. ГСР визначають за габаритними радіусами повороту, які зі свого боку визначають за зміщеннями траєкторій причіпних ланок щодо траєкторії автомобіля-тягача, а можливість руху заднім ходом – за недопустимості складання ланок автопоїзда. Траєкторії ланок автопоїзда визначають шляхом розв'язування диференціальних рівнянь руху. Такі рівняння для автопоїзда типу «В-Double» найбільш загальної компоновальної схеми з усіма керованими осями (рис. 3), з якої можна отримати усі інші компоновальні схеми, подані у роботах [4, 9] і записані у вигляді:

-для поздовжньої швидкості центру мас тягача

$$\begin{aligned} & a_{11}(\dot{V} - U\omega) + a_{12}\omega^2 - a_{13}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1)\sin\phi_1 - (\omega - \dot{\phi}_1)^2\cos\phi_1] - a_{14}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2})\times\sin\phi_{1+2} - (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2\cos\phi_{1+2}] - \\ & - a_{15}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2})\sin\phi_{1-2} - (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2\cos\phi_{1-2}] - a_{16}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4})\sin\phi_{1+3+4} - (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4})^2\cos\phi_{1+3+4}] = \\ & = -(X_1\cos\theta_1 + Y_1\sin\theta_1) - \sum_{i=1}^2 X_{1i} - \sum_{j=1}^3 X_{2j} \times \cos(\theta_{2j} + \phi_{1+2}) - Y_{2j} \sin(\theta_{2j} + \phi_{1+2}) - \sum_{\rho=1}^3 X_{4\rho} \times \cos(\theta_{4\rho} + \phi_{1+3+4}) - Y_{4\rho} \times \sin(\theta_{4\rho} + \phi_{1+3+4}); \end{aligned} \quad (1)$$

- для поперечної швидкості центру мас

$$\begin{aligned} & a_{21}(\dot{U} - V\omega) - a_{22}\omega^2 - a_{23}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1)\cos\phi_1 + (\omega - \dot{\phi}_1)^2\sin\phi_1] - a_{24}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2})\times\cos\phi_{1+2} + (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2\sin\phi_{1+2}] - \\ & - a_{25}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3})\cos\phi_{1+2} + (\omega - \dot{\phi}_{1-3})^2\sin\phi_{1+2}] - a_{26}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4})\cos\phi_{1+3+4} + (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4})^2\sin\phi_{1+3+4}] = \\ & = -(X_1\sin\theta - Y_1\cos\theta) + \sum_{i=1}^2 Y_{1i} - \sum_{j=1}^3 X_{2j} \times \sin(\theta_{11} + \phi_{1+2}) + Y_{2j} \cos(\theta_{11} + \phi_{1+2}) + \sum_{\rho=1}^3 X_{4\rho} \times \sin(\theta_{21} + \phi_{1+3+4}) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{21} + \phi_{1+3+4}); \end{aligned} \quad (2)$$

-для кутової швидкості тягача

$$\begin{aligned} & a_{31}\dot{\omega} + a_{32}[\dot{\omega}c - (U + V\omega)] + \{a_{33} \times [(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1)\cos\phi_1 + (\omega - \dot{\phi}_1)^2\sin\phi_1] + a_{34}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2}) + (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2 \times \sin\phi_{1+2}] \cos\phi_{1-2} + \\ & + a_{35}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2})\cos\phi_{1+2} + (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2 \times \sin\phi_{1+2}] + a_{36}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4})\cos\phi_{1+3+4} + (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4})^2 \sin\phi_{1+3+4}]\} = \\ & = H(X_1\cos\theta_1 + Y_1\sin\theta_1) + \varepsilon X_1 + a(Y_1\cos\theta - X_1\sin\theta) + \sum_{i=1}^2 [X_{1i}H_i - Y_{1i}b_{1i}] - c \left\{ \sum_{j=1}^3 [X_{2j} \times \sin(\theta_{11} + \phi_{1+2}) + Y_{2j} \cos(\theta_{11} + \phi_{1+2})] \times \right. \\ & \left. + \sum_{\rho=1}^3 [X_{4\rho} \sin(\theta_{21} + \phi_{1+3+4}) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{21} + \phi_{1+3+4})] \right\}; \end{aligned} \quad (3)$$

-для кістяка першого напівпричепа

$$\begin{aligned} & a_{41} \times (\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1) + a_{42}[(\dot{V} - U\omega + c\omega^2) \times \sin\phi_1 + (V\omega - \dot{U} - c\omega^2) \times \cos\phi_1] - a_{43}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-2})\cos\phi_2 - (\omega - \dot{\phi}_{1-2})^2\sin\phi_2] - \{a_{44}[(\omega - \dot{\phi}_{1-3})^2\cos\phi_3 + \\ & + (\omega - \dot{\phi}_{1-3})^2\sin\phi_3] + a_{45}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4}) \times \cos\phi_{3+4} + (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4}) \times \sin\phi_{3+4}]\} = \\ & = l_1 \left\{ \sum_{j=1}^3 [X_{2j} \sin(\theta_{11} + \phi_2) + Y_{2j} \cos(\theta_{2j} + \phi_2)] + l_2 \sum_{\rho=1}^3 [X_{4\rho} \sin(\theta_{12} + \phi_{3+4}) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{12} + \phi_{3+4})] \right\} + M_1 - M_2 + M_3; \end{aligned} \quad (4)$$

- для возика першого напівпричепа

$$\begin{aligned} & a_{51}(\ddot{\phi}_{3-1} - \dot{\omega}_1) + a_{52}[(\dot{V} - U\omega + c\omega^2) \times \sin\phi_{1+3} + (V\omega - \dot{U} - c\omega^2) \times \cos\phi_{1+3}] + a_{53}[-(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1) \times \cos\phi_3 + (\omega - \dot{\phi}_1) \times \sin\phi_3] + a_{54}[-(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4}) \times \cos\phi_4 \\ & - (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4})^2 \times \sin\phi_4] = l_3 \sum_{\rho=1}^3 [X_{4\rho} \times \sin(\theta_{21} + \phi_4) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{21} + \phi_4)] \} + M_3 - M_4; \end{aligned} \quad (5)$$

- для кістяка другого напівпричепа

$$\begin{aligned} & a_{61}(\ddot{\phi}_{3-1} - \dot{\omega}_1) + a_{62}[(\dot{U} - V\omega + c\omega^2) \times \sin\phi_{1+2} + (V\omega + \dot{U} - c\omega^2) \times \cos\phi_{1+2}] + a_{63}[-(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1)\cos\phi_3 + (\omega - \dot{\phi}_1)^2\sin\phi_3] + \\ & + a_{64}[-(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3-4})\cos\phi_4 - (\omega - \dot{\phi}_{1-3-4})^2\sin\phi_4] = l_3 \sum_{\rho=1}^3 [X_{4\rho} \times \sin(\theta_{21} + \phi_4) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{21} + \phi_4)] \} + M_3 - M_4; \end{aligned} \quad (6)$$

- для возика другого напівпричепа

$$a_{71}(\ddot{\phi}_{1+3+4} + \dot{\omega}_1) + a_{72}[(\dot{U} - V\omega + c\omega^2) \times \sin \phi_{1+3+4} + (V\omega + \dot{U} - c\dot{\omega}) \times \cos \phi_{1+3+4}] - a_{73}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}_{1-3}) - \cos \phi_4 - (\omega - \dot{\phi}_{1-3})^2 \sin \phi_4] - a_{74}[(\dot{\omega} - \ddot{\phi}) \cos \phi_{3+4} - (\omega - \dot{\phi})^2 \sin \phi_{3+4}] = I_3 \sum_{\rho=1}^3 [X_{4\rho} \times \sin(\theta_{21} + \phi_4) + Y_{4\rho} \cos(\theta_{21} + \phi_4)] + M_3 - M_4. \quad (7)$$

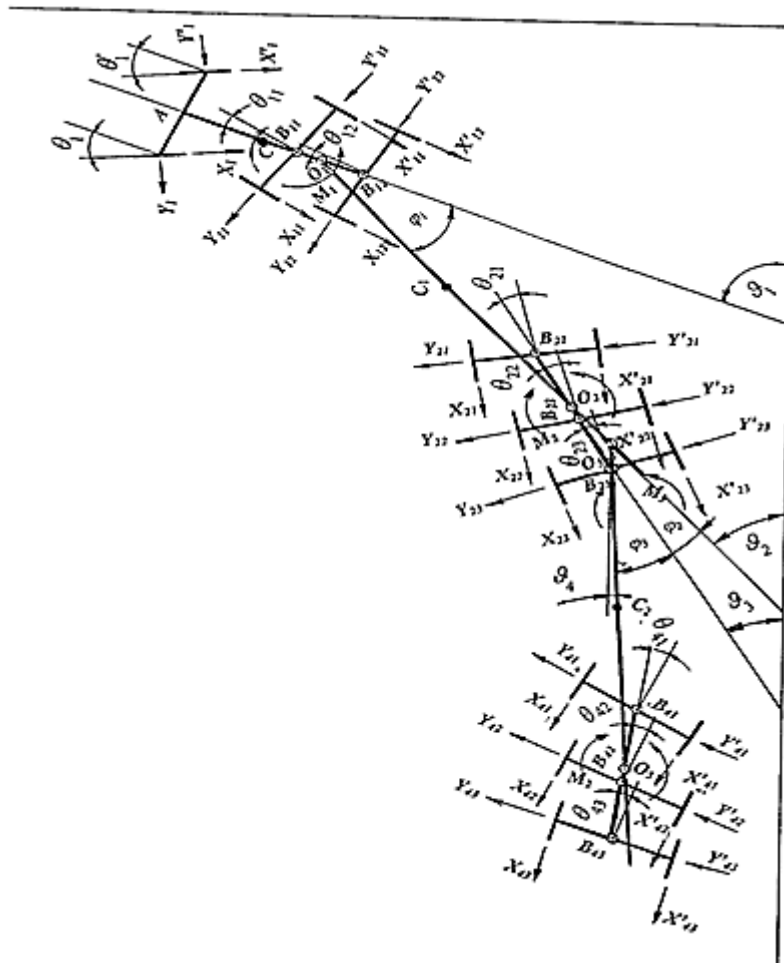


Рис. 3. Розрахункова схема автопоїзда типу «B-Duble»

У системі рівнянь (1–7) прийняті такі позначення:  $a$  – відстань від передньої осі до центру мас автомобіля-тягача;  $b$  – відстань від середньої осі до центру мас автомобіля-тягача;  $bw$  – відстань від задньої осі до центру мас автомобіля-тягача;  $c$  – відстань від центру мас автомобіля-тягача до точки зчипки з першим напівприцепом;  $b_1$  – відстань від центру мас першого напівпричепа до його передньої осі;  $b_{11}$  – відстань від центру мас першого напівпричепа до його середньої осі;  $b_{12}$  – відстань від центру мас першого напівпричепа до його задньої осі;  $c_1$  – відстань від центру мас першого напівпричепа до точки зчипки із другим напівприцепом;  $b_2$  – відстань від передньої осі до центру мас другого напівпричепа;  $b_{21}$  – відстань від середньої осі до центру мас другого напівпричепа;  $b_{22}$  – відстань від задньої осі до центру мас другого напівпричепа;  $d_2$  – відстань від центру мас другого напівпричепа до його передньої габаритної точки;  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4$  – курсові кути ланок автопоїзда;  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$  – кути складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;  $M_k = f(\phi_k, \dot{\phi}_k)$  – моменти опору повороту ланок автопоїзда;  $X, Y, Z$  – поздовжні, бокові та вертикальні реакції опорної поверхні на колеса відповідних осей  $i, j, \rho$  автопоїзда;  $kf$  – коефіцієнт опору кочення коліс автопоїзда;  $k_1, k_{1i}, k_{2j}, k_{4\rho}$  – коефіцієнти опору відведення коліс осей автомобіля-тягача, першого і другого напівпричепа;  $kk_1, kk_{1i}, kk_{2j}, kk_{4\rho}$  – приведений коефіцієнт жорсткості приводу керування колесами автомобіля-тягача та осями напівприцепів;  $h_1, h_{1i}, h_{2j}, h_{4\rho}$  – коефіцієнти демпфірування за кутами повороту керованих коліс автомобіля-тягача та осей напівприцепів;  $v, u; v_1, u_1; v_2, u_2; v_3, u_3; v_4, u_4$  – поздовжня та поперечна проекції вектора швидкості центра мас автомобіля-тягача, візка першого напівпричепа, кістяка першого напівпричепа, візка другого напівпричепа, кістяка другого напівпричепа;  $\omega, \omega_{1i}, \omega_2, \omega_{2j}, \omega_4, \omega_{4\rho}$  – кутова швидкість тягача, керованих осей тягача, візка і керованих осей першого і другого

напівпричепа щодо вертикальних осей;  $m, J; m_1, J_1; m_2, J_2; m_3, J_3; m_4, J_4$  – маса та центральний момент інерції автомобіля-тягача, візка і кістяка першого та другого напівпричепа.

Моменти опору в шарнірних з'єднаннях визначаються як [4]:

$$M_{oi} = \frac{2}{3} Z_{oi} \mu \frac{R_i^3 - r_i^3}{R_i^2 - r_i^2}, \quad (8)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя ( $\mu = 0,15 \dots 0,20$ );  $Z_{oi}$  – вертикальне навантаження на опорно-зчіпний пристрій;  $R_i, r_i$  – зовнішній і внутрішній радіуси  $i$ -ого поворотного круга (для виконаних конструкцій  $R = 450, r = 270$  мм).

Моменти інерції ланок автопоїзда відносно поперечної осі визначаються:

$$\rho_y = \sqrt{\frac{1}{2} ab + \frac{1}{3} (H - h) h \pm \frac{1}{6} ab}. \quad (9)$$

Момент інерції автомобіля-тягача і напівпричепів визначиться за відомою формулою:

$$I_i = m_i \cdot \rho_i^2. \quad (10)$$

Поздовжні сили на осях автопоїзда визначалися як:

$$P_{fi} = f_i \cdot Z_i. \quad (11)$$

Бічні сили на колесах осей автопоїзда:

$$Y_i = k_i \delta_i \quad (12)$$

Кути відведення коліс осей автопоїзда:

$$\delta_1 = \theta - \arctg \frac{u}{v}; \quad \delta_{21} = \arctg \frac{-u + b \times \omega}{v} + \theta_{11}; \quad \delta_{22} = \arctg \frac{-u + bb \times \omega}{v} + \theta_{12}; \quad (13)$$

$$\delta_{31} = -\theta_{31} + \arctg [(-u_2 + b_1 \omega_2) / v_2] = -\theta_{31} + \arctg \frac{v \sin \gamma_1 - (u - c \omega) \cos \gamma_1 + (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 + b_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)}{v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1}; \quad (14)$$

$$\delta_{32} = \arctg [(-u_2 + b_{11} \omega_2) / v_2] + \theta_{32} = \arctg \frac{v \sin \gamma_1 - (u - c \omega) \cos \gamma_1 + (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 + b_{11} (\omega + \dot{\gamma}_1)}{v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1} + \theta_{32}; \quad (15)$$

$$\delta_{33} = \arctg [(-u_2 + b_{12} \omega_2) / v_2] + \theta_{33} = \arctg \frac{v \sin \gamma_1 - (u - c \omega) \cos \gamma_1 + (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 + b_{12} (\omega + \dot{\gamma}_1)}{v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1} + \theta_{33}; \quad (16)$$

$$\delta_{41} = -\theta_{41} + \arctg [(-u_3 + b_2 \omega_3) / v_3] = -\theta_{41} + \arctg \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \sin \gamma_2 - [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \cos \gamma_2 + (\omega + \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) d_2] / \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \cos \gamma_2 + [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \sin \gamma_2] \} \}; \quad (17)$$

$$\delta_{42} = \arctg [(-u_3 + b_{21} \omega_3) / v_3] + \theta_{42} = \arctg \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \sin \gamma_2 - [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \cos \gamma_2 - d_2 (\omega + \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) + b_{21} (\omega + \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) d_2] / \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \cos \gamma_2 + [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \sin \gamma_2] \} \} + \theta_{42}; \quad (18)$$

$$\delta_{43} = \arctg [(-u_3 + b_{22} \omega_3) / v_3] + \theta_{43} = \arctg \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \sin \gamma_2 - [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \cos \gamma_2 + d_2 (\omega + \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) + b_{22} (\omega + \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) d_2] / \{ [v \cos \gamma_1 + (u - c \omega) \sin \gamma_1] \cos \gamma_2 + [(-v \sin \gamma_1 + (u - c \omega) \cos \gamma_1 - (\omega + \dot{\gamma}_1) d_1 - c_1 (\omega + \dot{\gamma}_1)) \sin \gamma_2] \} \} + \theta_{43}. \quad (19)$$

Кути складання ланок автопоїзда визначаються:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{v_A}{L_1 \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)} - \frac{v_{C1} \operatorname{tg} \theta}{a + b - d} = 0; \quad (20)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{v_{C1} \sin(\pi/2 - \varphi_1)}{\frac{a_1 + b_1}{\operatorname{tg} \theta} \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \times \sqrt{1 + \left( \frac{d_1 - c_1 \operatorname{tg} \theta_{11}}{a_1 + b_1} \right)^2}} - \frac{v_A \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)}{L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_1 - \alpha_1)} = 0; \quad (21)$$

$$\frac{d\varphi_3}{dt} - \frac{v_{C1} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1) \times l_1^2 \sin(\gamma_1 + \varphi_4 + \alpha_2)}{L_1 L_2 \sin \varphi_2 \sin(\pi/2 - \varphi_4 - \alpha_2)} \times \frac{\times \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \text{ctg} \gamma_1 \times}{\frac{a_1 + b_1}{\text{tg} \theta_{11}} \times \sqrt{1 + \left( \frac{d_1 - c_1}{a_1 + b_1} \text{tg} \theta \right)^2} + L_1 \frac{\cos \phi}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)} - l_1 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1) \text{ctg} \gamma_1} - \frac{v_{C1} l_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_2)}{L_1 L_2 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_2)} = 0; \quad (22)$$

$$\frac{d\varphi_4}{dt} - \frac{v_{C1} l_1 \text{ctg} \gamma_1 \sin(\phi_1 + \varphi_2 + \alpha_1)}{L_1 \frac{a_2 + b_2}{\text{tg} \theta_{21}} \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_2) \times \sqrt{1 + \left( \frac{d_2 - c_2}{a_2 + b_2} \text{tg} \theta_{21} \right)^2}} - \frac{l_1 v_{C1} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \alpha_1) \sin(\gamma_1 + \varphi_4 + \alpha_2)}{L_1 L_2 \sin \varphi_2 \sin(\pi/2 - \varphi_4 - \alpha_2)} = 0. \quad (23)$$

У наведеній системі рівнянь допоміжні кути  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  визначені залежностями:

$$\alpha_1 = \text{arctg} \left( \frac{d_1 - c_1}{a_1 + b_1} \text{tg} \theta_{11} \right); \quad (24)$$

$$\alpha_2 = \text{arctg} \left( \frac{d_2 - c_2}{a_2 + b_2} \text{tg} \theta_{21} \right); \quad (25)$$

$$\gamma_1 = \text{arctg} \left[ \frac{\frac{l_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)}{L_1 \sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left\{ \frac{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2}{2 \times \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)}} \right\}^2}}}{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2 - \alpha_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 + \varphi_1 + \alpha_1)} \right]^2} \right]; \quad (26)$$

$$\gamma_2 = \text{arctg} \left[ \frac{\frac{l_2 \sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)}{L_2 \sin(\pi/2 - \phi_4 - \alpha_2)} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left\{ \frac{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \phi_4 - \alpha_2)}{\sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \phi_3)}{\sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)} \right]^2}{2 \times \frac{\sin(\pi/2 - \phi_4 - \alpha_2)}{\sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)}} \right\}^2}}}{\left[ \frac{\sin(\pi/2 - \phi_4 - \alpha_2)}{\sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)} \right]^2 + 1 - \left[ \frac{\sin(\pi/2 - \phi_3)}{\sin(\phi_4 + \phi_3 + \alpha_2)} \right]^2} \right]. \quad (27)$$

Розумним підходом для визначення кутів складання ланок автопоїзда і кутів повороту керованих осей напівпричепів є використання кута керованих коліс тягача як визначального параметра. У цьому контексті формули для обчислення зазначених кутів будуть залежати від геометричних параметрів ланок та кута повороту, який встановлюється для відповідної ланки. Наприклад, можна використовувати кут повороту керованих коліс тягача як важливий фактор для визначення кутів складання ланок, тоді:

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{L_1^2 + c_0^2 - b^2}{2L_1 \times \sqrt{L_T^2 \text{ctg}^2 \theta + c_0^2}} - \text{arctg} \frac{c_0}{L_T \text{ctg} \theta}; \quad (28)$$

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{L_1^2 - c_0^2 + b^2}{2L_1 \times \sqrt{L_T^2 \text{ctg}^2 \theta + b^2}} + \text{arctg} \frac{b}{L_T \text{ctg} \theta}; \quad (29)$$

$$\varphi_3 = \arcsin \frac{L_2^2 + c_1^2 - b_1^2}{2L_2 \times \sqrt{L_1^2 \text{ctg}^2 \theta_{11} + c_1^2}} - \text{arctg} \frac{c_1}{L_1 \text{ctg} \theta_{11}}; \quad (30)$$

$$\varphi_4 = \arcsin \frac{L_2^2 - c_1^2 + b_1^2}{2L_2 \times \sqrt{L_1^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_{11} + b_1^2}} + \operatorname{arctg} \frac{b_1}{L_1 \operatorname{ctg} \theta_{11}}. \quad (31)$$

Величини  $V$ ,  $U$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ,  $\varphi_4$  знаходяться із динамічних рівнянь автопоїзда. Курсовий кут і координати центру мас автомобіля-тягача визначаються за допомогою таких кінематичних рівнянь [4]:

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \vartheta - U \sin \vartheta, \\ \dot{y} = V \sin \vartheta + U \cos \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \omega. \end{cases} \quad (32)$$

Під час визначення навантаження на осі автопоїзда приймалися такі припущення:

- автопоїзд завантажений рівномірно; підвіска коліс середньої, задньої осі автомобіля-тягача і середньої та задньої осі обох возиків напівпричепа балансирує;
- перерозподіл нормальних реакцій між колесами окремих осей автопоїзда не враховується;
- центри мас різних ланок автопоїзда перебувають у вертикальній подовжній площині.

Загальна маса триланкових автопоїздів, що експлуатуються сьогодні у різних країнах світу, становить 60 000 кг. Якщо врахувати рекомендації Директиви ЄС щодо навантаження на ведучі осі автомобіля-тягача (не менше 25 % загальної маси автопоїзда), то це навантаження становитиме 15 000 кг. За чинними нормами і правилами допустиме навантаження на здвоєні осі автомобілів становить 18 000 кг, а на керовану вісь – не менше 6 000 кг. Зважаючи на те, що комплектація триланкових автопоїздів у більшості випадків здійснюється на базі автомобіля-тягача Scania 114L, навантаження на його осі становлять: на передню вісь  $G_1 = 7 000$  кг, здвоєну задню вісь –  $G_2 = 17 000$  кг. Тоді маса кожного з двох напівпричепів (причепів) становитиме 18 000 кг. У першому наближенні можна прийняти навантаження на осі возиків обох напівпричепів (причепів) однаковими, тобто по  $G_{\text{мп}} = 6000$  кг.

У роботі [1] для визначення показників маневреності шляхом безпосереднього інтегрування вихідних систем диференціальних рівнянь за допомогою програмного забезпечення Maple розглядалися такі режими: рух по колу; поворот на  $90^\circ$ .

Розглянемо ці режими руху і для триланкового автопоїзда типу «B-Double» та автопоїздів інших компоновальних схем. Незмінними для усіх автопоїздів залишалися загальна маса автопоїзда,  $k_f$  – коефіцієнт опору кочення коліс автопоїзда;  $k_1, k_{1i}, k_{2j}, k_{4p}$  – коефіцієнти опору відведення коліс осей автомобіля-тягача, першого і другого напівпричепа (причепа);  $kk_1, kk_{1i}, kk_{2j}, kk_{4p}$  – приведені коефіцієнти жорсткості приводу керування колесами автомобіля-тягача та осями напівпричепів (причепів);  $h_1, h_{1i}, h_{2j}, h_{4p}$  – коефіцієнти демпфірування за кутами повороту керованих коліс автомобіля-тягача та осей напівпричепів (причепів);  $m, J; m_1, J_1; m_2, J_2; m_3, J_3; m_4, J_4$  – маса та центральний момент інерції автомобіля тягача, візка і кістяка першого та другого напівпричепа (причепа); коефіцієнти опору відведення коліс осей, моменти інерції ланок автопоїзда.

Інтегрування системи рівнянь (1) за колового руху автопоїзда виконано за таких вихідних даних:  $\theta = 0,6$  рад.,  $\theta_{1i} = 0$ ,  $\theta_{2j} = 0$ ,  $\theta_{4p} = 0$ ,  $V = 5$  м/с,  $\varphi_{1,2,3,4} = \text{const}$ . У таблиці 1 наведені результати розрахунку габаритних радіусів повороту і ГСР триланкових автопоїздів різних компоновальних схем.

Аналіз даних таблиці 1 показує, що триланкові автопоїзди різних компоновальних схем за однієї керованої осі причіпної ланки не відповідають вимогам Директиви 2002/7/ЄС щодо маневреності [2]. Найкращі показники притаманні причіпному автопоїзду на підкатному візку з третьою керованою віссю напівпричепа. Тому, з погляду маневреності, перспективним може стати саме такий автопоїзд. Для нього розглянемо додатково поворот на  $90^\circ$  і виконання маневру ISO. На рисунку 4 наведені траєкторії руху ланок автопоїзда при повороті на  $90^\circ$ .

Характерною особливістю такого повороту є те, що повороти керованих коліс автомобіля-тягача і керованої осі напівпричепа, а також перший і третій кути складання мають різні напрями під час входу автопоїзда в поворот. Це знаходиться поряд із кутами відведення коліс другої і третьої вісі автомобіля-тягача, що направлені в одну сторону, забезпечують необхідні показники маневреності автопоїзда. За такої умови максимальне зміщення траєкторії підкатного візка і напівпричепа щодо траєкторії тягача при вході в поворот становило «-0,08» м, що не створює перешкод зустрічному руху транспорту, а габаритна смуга руху  $B_g = 7,05$  м, що задовольняє вимоги Директиви 2002/7/ЄС, на відміну від некерованого автопоїзда, для якого  $B_g = 7,05$  м.



Параметри повороту триланкових автопоїздів

Тип автопоїзда	Параметри повороту		
	$R_{62}, м$	$R_{32}, м$	$B_2, м$
Сідельно-причіпний із некерованими причіпними ланками	5,3	13,293	7,993
Сідельно-причіпний із некерованими осями напівпричепа і другою керованою віссю причепа	5,3	12,961	7,661
Сідельно-причіпний із третьою керованою віссю напівпричепа і некерованими осями причепа	5,3	13,025	7,725
Причіпний на підкатному візку із некерованими причіпними ланками	5,3	13,359	8,059
Причіпний на підкатному візку із третьою керованою віссю напівпричепа	5,3	12,925	7,625
Причіпний із двома некерованими причепами	5,3	13,537	8,237
Причіпний із першим некерованим і другим керованим причепом	5,3	13,195	7,895
Причіпний із першим керованим і другим некерованим причепом	5,3	13,337	8,037
«В-doubl» із тривісними некерованими причіпними ланками	5,3	13,871	8,571
«В-double» із тривісними першим напівприцепом із керованою задньою віссю і некерованим другим напівприцепом	5,3	14,762	9,462
«В-double» із тривісними некерованими першим напівприцепом і керованим другим напівприцепом із приводом на його задню вісь	5,3	14,424	9,124

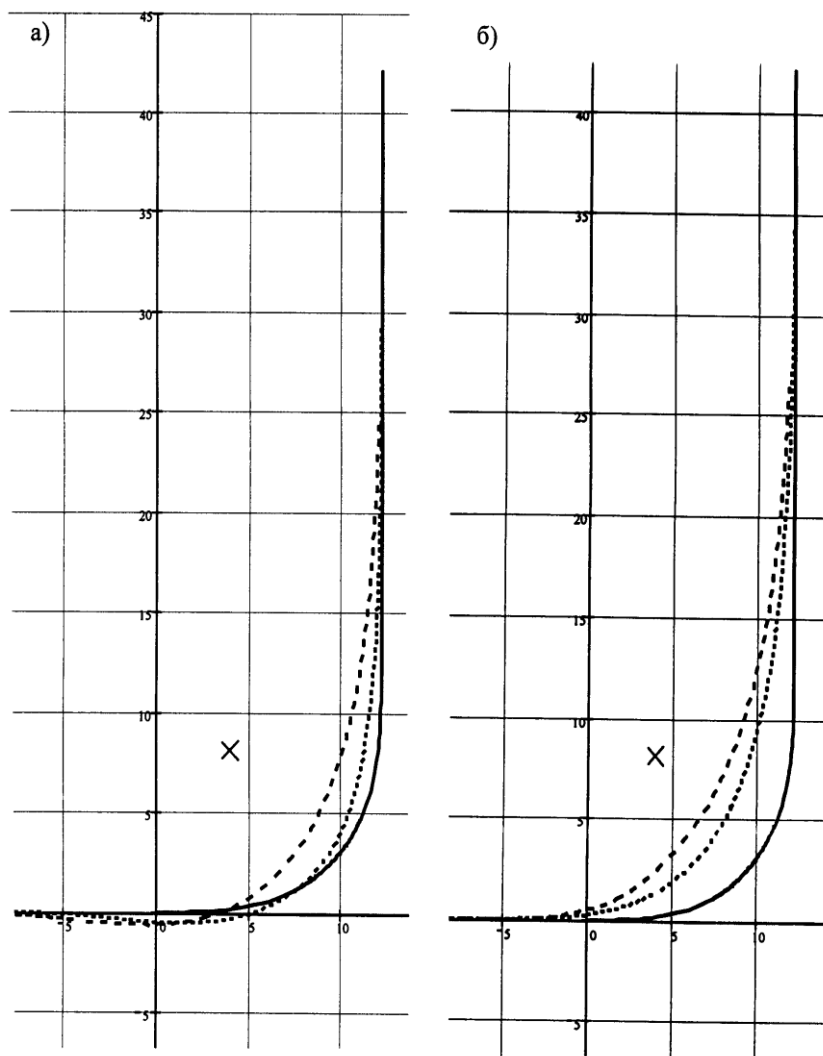


Рис. 4. Траєкторії руху центрів мас ланок автопоїзда при його повороті на  $90^{\circ}$  (—тягач, ---- підкатний візок, ..... напівпричіп): а) з некерованим напівприцепом; б) з керованою задньою віссю напівпричепа

Стабільного руху автопоїзда заднім ходом без складання ланок можна досягти шляхом блокування переміщень ланок у поперечній площині, застосування спеціальних шарнірів для з'єднання ланок (типу тих, що застосовуються у шарнірно-зчленованих автобусах із розташуванням двигуна у причіпній секції) або шляхом передачі тягового зусилля на задню керовану вісь напівпричепа. Розглянемо більш детально рух автопоїзда заднім ходом у цьому випадку.

Визначимо необхідну потужність двигуна, встановленого на задній осі напівпричепа, за умови руху автопоїзда криволінійною траєкторією. Із рівняння потужнісного балансу отримаємо:

$$N_{ev} = \frac{f_v \cdot M_a \cdot g \cdot v_{\max} + k_B \cdot F \cdot v_{\max}^3}{1000 \cdot \eta_M}, \quad (33)$$

де  $N_{ev}$  – потужність двигуна;  $f$  – коефіцієнти опору кочення у момент початку руху автопоїзда з місця і руху криволінійною траєкторією,  $f = 0,05$ ;  $v_p$  – швидкість під час руху автопоїзда заднім ходом,  $v_p = 2,0$  м/с;  $M_a$  – загальна маса автопоїзда,  $M_a = 60\,000$  кг;  $\eta_M$  – механічний коефіцієнт корисної дії трансмісії,  $\eta_M = 0,9$ ;  $g$  – прискорення вільного падіння.

За обраними вихідними даними потужність двигуна становила 65 кВт. У разі застосування силового способу повороту колесами задньої осі напівпричепа такі двигуни мають розташовуватися на кожному з коліс, тобто сумарна потужність двигунів становитиме 130 кВт. За такої умови необхідна потужність двигуна при русі з максимальною швидкістю  $v_a = 25$  м/с становитиме 430 кВт. З урахуванням потужності електродвигунів потужність основного тягового двигуна становитиме 300 кВт. За потужності основного двигуна автопоїзд може рухатися зі швидкістю до 20 м/с, після чого в роботу повинні вступати електродвигуни (рис. )5.

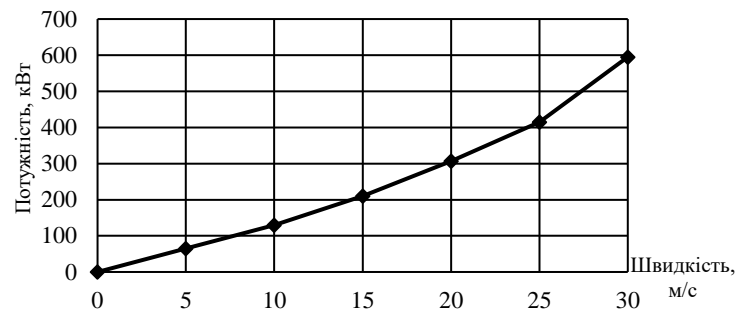


Рис. 5. Залежність потужності двигуна від швидкості руху автопоїзда

У роботі [10] отримані рівняння динаміки кругового руху машини (у нашому випадку візка напівпричепа) при комбінованому способі управління поворотом:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{tg \bar{\alpha}}{1 + \frac{b^2 + i_z^2}{L^2} tg^2 \bar{\alpha}} \times \left[ \frac{1}{m \cdot L} \frac{M_{k1}}{r_{d1}} - \frac{fg}{L} - \frac{fh}{L^3} \times \left( V_{x1}^2 + b \frac{dV_{x1}}{dt} \right) tg^2 \bar{\alpha} + \frac{B}{2L^2 m} tg \bar{\alpha} \times \left( \frac{M_{k1}'' - M_{k1}'}{r_{d1}} \right) \right], \quad (34)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість автомобіля в площині дороги;  $\bar{\alpha}$  – середній кут повороту напрямних коліс;  $t$  – час

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha''); \quad (35)$$

де  $\alpha'$ ,  $\alpha''$  – кути повороту внутрішнього і зовнішнього напрямних коліс;  $m$  – маса автомобіля;  $b$  – відстань від задньої осі до проєкції центру мас автомобіля на горизонтальну площину;  $L$  – поздовжня колісна база автомобіля;  $M_{k1}$  – сумарні крутні моменти на колесах осі напівпричепа;  $r_{d1}$ ,  $r_{d2}$  – динамічні радіуси передніх і задніх коліс (допускається приймати  $r_{d1} = r_{d2} = r_d$ );  $f$  – коефіцієнт опору кочення коліс возика напівпричепа;  $h$  – висота центра мас напівпричепа;  $i_z$  – радіус інерції возика напівпричепа відносно вертикальної осі;  $V_{x1}$  – лінійна швидкість автопоїзда у напрямі поздовжньої осі;  $M_{k1}'$ ,  $M_{k1}''$  – крутні моменти на внутрішньому і зовнішньому колесах задньої осі напівпричепа.

Із рівняння (1) бачимо, що різниця крутних моментів на колесах задньої осі напівпричепа збільшує кутове прискорення  $d\omega/dt$  возика напівпричепа у площині дороги.

$$\Delta M_{k1} = M_{k1}'' - M_{k1}' . \quad (36)$$

Коли змінити знак вказаних різниць на протилежний у рівнянні (34), то можна досягнути ситуації, за якої  $d\omega/dt = 0$ .

Представимо рівняння (34) у вигляді

$$\frac{d\omega}{dt} = a(\alpha)[b(M) - c - d(v, \alpha) + k(\alpha, M)], \quad (37)$$

де

$$a(\alpha) = \frac{\overline{\text{tg } \alpha}}{1 + \frac{b^2 + i_z^2}{L^2} \overline{\text{tg}^2 \alpha}}; \quad (38)$$

$$b(M) = \left[ \frac{1}{m \cdot L} \left( \frac{M_{k1}}{r_{d1}} \right) \right], \quad c = \frac{fg}{L}, \quad d(v, \alpha) = \left[ \frac{fh}{L^3} \cdot \left( V_{x1}^2 + b \frac{dV_{x1}}{dt} \right) \overline{\text{tg}^2 \alpha} \right]; \quad (39)$$

$$k(\alpha, M) = \left[ \frac{B}{2L^2 m} \overline{\text{tg } \alpha} \cdot \left( \frac{M_{k1}'' - M_{k1}'}{r_{d1}} \right) \right]. \quad (40)$$

Як зазначалося раніше, показники маневреності автотранспортних засобів визначають за колового руху. Кутове й окружне прискорення дорівнюють нулю, тобто  $\frac{d\omega}{dt} = 0$  і  $\frac{dV_{x1}}{dt} = 0$ . Оскільки коефіцієнт  $a(\alpha) \neq 0$ , тоді:

$$b(M) - c - d(v, \alpha) + k(\alpha, M) = 0. \quad (41)$$

Розв'яжемо рівняння (41) відносно  $\alpha$ . Врахуємо, що при усталеному русі складові рівняння (37)  $b(M)$  і  $c$  рівні між собою (при маневрах автопоїзда з незначною швидкістю можна знехтувати силою опору повітря), тобто:

$$b(M) = \left[ \frac{1}{m \cdot L} \left( \frac{M_{k1}}{r_{d1}} \right) \right] = \frac{fg}{L}. \quad (41)$$

За цієї умови

$$d(v, \alpha) = k(\alpha, M_k). \quad (42)$$

Подальші розрахунки проведемо для руху автопоїзда заднім ходом при блокованому рульовому управлінні автомобіля-тягача за різних радіусів повороту.

На рисунку 6 представлена залежність різниці крутних моментів на колесах осі напівпричепа, що відповідає куту повороту його керованих коліс, за умови руху по кривій заданого радіуса.

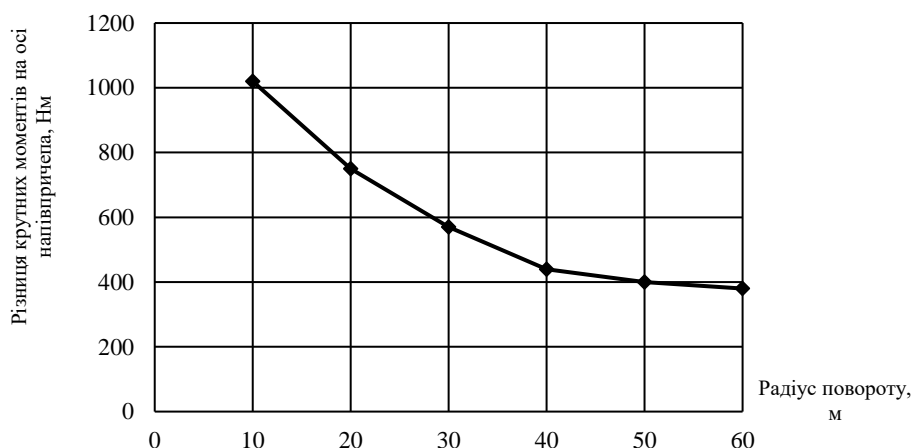


Рис. 6. Залежність різниці моментів на колесах осі напівпричепа для забезпечення руху автопоїзда по колу заданого радіуса

Як бачимо з рисунка 6, при фіксованій швидкості повороту,  $v = 2$  м/с різниця крутних моментів на внутрішньому і зовнішньому колесі причепа під час руху кривими малого радіуса прогресивно збільшується. Пояснити це можна нелінійною зміною величини  $\tau_{\alpha}$  для забезпечення необхідного радіуса повороту автопоїзда. За такої умови різниця крутних моментів на осі напівпричепа повинна змінюватися в межах 370–1050 Нм, що забезпечуються прийнятими мотор-колесами.

### Висновки

1. Показано, що серед наявних показників маневреності для автопоїздів найбільш важливими є ГСР і можливість рухатися заднім ходом. ГСР визначена за габаритними радіусами повороту, а можливість руху заднім ходом – за недопустимості складання ланок автопоїзда. Водночас порівняння триланкових автопоїздів різних компоновальних схем за однієї керованої осі причіпної ланки показало, що тільки автопоїзд типу «В-double» з тривісними некерованим першим напівприцепом і керованим другим напівприцепом із приводом на його задню вісь задовольняє вимоги Директиви 2002/7/ЕС щодо маневреності. Тому, з погляду маневреності, перспективним для використання може стати саме такий автопоїзд.

2. Встановлено, що стабільного руху автопоїзда заднім ходом без складання ланок можна досягти шляхом передачі тягового зусилля на задню керовану вісь напівпричепа. Визначено необхідну потужність двигуна, встановленого на задній осі напівпричепа, за умови руху автопоїзда криволінійною траєкторією, яка становила 65 кВт. У разі застосування силового способу повороту колесами задньої осі напівпричепа такі двигуни повинні розташовуватися на кожному з коліс.

3. Визначена необхідна різниця крутних моментів на колесах осі напівпричепа, що відповідає куту повороту його керованих коліс, за умови руху по кривій заданого радіуса. Зокрема, при фіксованій швидкості повороту  $v = 2$  м/с під час руху кривими малого радіуса різниця крутних моментів на осі напівпричепа повинна змінюватися в межах 370–1050 Нм, що забезпечується прийнятими мотор-колесами.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Поляков В. М., Сахно В. П. Триланкові автопоїзди. Маневреність. Луганськ: Ноулідж, 2014, 206 с.
- [2] DIRECTIVE 2002/7/EC of European parliament and of the council of 18 February 2002 amending Council Directive 96/53/EC of 25 July 1996 laying down for certain road vehicles circulating within the Community the maximum authorized dimensions in national and international traffic and the maximum authorized weights in international traffic. *Official Journal of the European Communities*. 2002. No L67/47-49. URL: <https://www.legislation.gov.uk/eudr/1996/53/body>
- [3] До порівняльної оцінки триланкових метробусів різних компоновальних схем за маневреністю / Сахно В. П. та ін. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті*. 2020. № 1(14). С. 136–144. Doi: 10.36910/automash.v1i14.356.
- [4] Шарнірно-зчленовані автобуси. Маневреність та стійкість / В. П. Сахно та ін. Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2021. 288 с.
- [5] Ingobert Schmid Engineering Approach to Truck and Tractor Train Stability. *SAE Transactions*. 1968, vol. 76, SECTION 1: Papers 670006–670125 (1968). P. 1–26 (26 pages).
- [6] Колесникович А. Н., Выгонный А. Г. Устойчивость прицепа автопоезда повышенной длины (25,25 м) при прямолинейном движении. *Актуальные вопросы машиноведения*. 2018. Том 7. С. 96–100.
- [7] Yubiao, Khajepour Amir, Huang Yanjun. Multi-axle/articulated bus dynamics modeling: a reconfigurable approach. *Vehicle System Dynamics International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*. 2018. Vol. 56, issue 9. P. 49–57.
- [8] Parallel Design Optimization of Multi-Trailer Articulated Heavy Vehicles with Active Safety Systems / Manjural Md. Islam et al. *Lecture Notes in Electrical Engineering 196:1563-1575*. Ontario, Canada: University of Ontario Institute of Technology Oshawa, 2013. Doi:10.1007/978-3-642-33738-3\_53.
- [9] Глінчук В. Вибір та обґрунтування типу та складу причіпних ланок триланкових автопоїздів руху: дис. ... канд. техн. наук / Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористування. Рівне, 2009.
- [10] До питання щодо динамічного способу управління автомобілем / Сахно В. П. та ін. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті*. 2019. № 2(13). С. 156–164. Doi: <https://doi.org/10.36910/automash.v2i13.98>.

**Сахно Володимир Прохорович** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри автомобілів, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua)

**Поляков Віктор Михайлович** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри автомобілів, e-mail: [poljakov\\_2006@ukr.net](mailto:poljakov_2006@ukr.net)

**Шарай Світлана Михайлівна** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри міжнародних перевезень та митного контролю, e-mail: [Svetasharai@gmail.com](mailto:Svetasharai@gmail.com)

**Рой Максим Петрович** – д-р філософії, доцент кафедри міжнародних перевезень та митного контролю, e-mail: [7569027@ukr.net](mailto:7569027@ukr.net)

Національний транспортний університет, м. Київ

**Цимбал Сергій Володимирович** – канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри автомобілів та транспортного менеджменту, e-mail: [tsymbal\\_s\\_v@ukr.net](mailto:tsymbal_s_v@ukr.net)

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

**Мурований Ігор Сергійович** – канд. техн. наук, доцент, декан факультету транспорту та механічної інженерії, e-mail: [igor\\_lntu@ukr.net](mailto:igor_lntu@ukr.net)

Луцький національний технічний університет, м. Луцьк

**V. Sakhno<sup>1</sup>**  
**S. Tsymbal<sup>2</sup>**  
**V. Poliakov<sup>1</sup>**  
**I. Murovani<sup>3</sup>**  
**S. Sharai<sup>1</sup>**  
**M. Roi<sup>1</sup>**

## Theoretical foundations of using three-link road trains for freight transportation

<sup>1</sup>National Transport University

<sup>2</sup>Vinnitsia National Technical University

<sup>3</sup>Lutsk National Technical University

Today, in the EU countries, three-link road trains of various layout schemes are used for freight transportation, in particular semi-trailer, trailer on a rolling cart and «B-Double» type, which helps increase the efficiency of the transportation process. The total weight of such road trains is the same and is at the level of 60 tons, and the length is up to 26 m. The satisfactory maneuverability of a three-link road train is expressed in the ability to fit it into all the turns found on the traffic routes and to maneuver (make turns and, if necessary, move reversing) at the loading and unloading points. Therefore, the comparative evaluation of the considered three-link road trains was carried out according to maneuverability.

Among the existing maneuverability indicators for road trains, the overall traffic lane (GSR) and the ability to move in reverse are the most important. The trajectories of the links of the road train, which determine the GSR, are obtained by solving the differential equations of motion for the road train of the «B-Double» type with all controlled axles, on the basis of which all other layout schemes are considered, during the circular motion of the road train. At the same time, it was established that only a three-link «B-double» type road train with a three-axle non-steerable first semi-trailer and a steerable second semi-trailer with a drive on its rear axle meets the requirements of Directive 2002/7/EC regarding maneuverability. Therefore, among the considered road trains, this type of road train may become promising. It has been established that the stable movement of the road train in reverse without assembling the links can be achieved by transferring the traction force to the rear steered axle of the semi-trailer. The necessary power of the engine installed on the rear axle of the semi-trailer was determined, provided the road train moves along a curved path, which was 65 kW. In the case of using the power method of turning the wheels of the rear axle of the semi-trailer, such engines must be located on each of the wheels. The necessary torque difference on the wheels of the axle of the semi-trailer, which corresponds to the angle of rotation of its steered wheels, is determined, under the condition of movement when moving along a curve of a given radius. Thus, at a fixed turning speed of  $v = 2$  m/s when moving along curves of a small radius, the difference in torques on the axle of the semi-trailer should vary within 370–1050 Nm, which are provided by the adopted motor-wheels.

**Key words:** three-link road train, freight transportation, controlled trailer link, overall traffic lane, maneuverability, power, torque difference

**Sakhno Volodymyr** – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Automobiles, e-mail: [sakhno@ntu.edu.ua](mailto:sakhno@ntu.edu.ua)

**Tsymbal Serhii** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Automobiles and Transport Management, e-mail: [tsymbal\\_s\\_v@ukr.net](mailto:tsymbal_s_v@ukr.net)

**Poliakov Victor** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of Automobiles, e-mail: [poljakov\\_2006@ukr.net](mailto:poljakov_2006@ukr.net)

**Murovani Igor** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Dean of the Faculty of Transport and Mechanical Engineering, e-mail: [igor\\_lntu@ukr.net](mailto:igor_lntu@ukr.net)

**Sharai Svitlana** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of International Transportation and Customs Control, e-mail: [svetasharai@gmail.com](mailto:svetasharai@gmail.com)

**Roi Maksym** – Ph. D., Associate Professor of the Department of International Transportation and Customs Control, e-mail: [7569027@ukr.net](mailto:7569027@ukr.net)