

**В. В. Біліченко<sup>1</sup>**  
**Л. А. Тарандушка<sup>2</sup>**  
**Н. Л. Костьян<sup>2</sup>**  
**О. М. Пилипенко<sup>2</sup>**

## **ОПТИМІЗАЦІЯ МЕРЕЖІ ТРАНСПОРТУ ЗАГАЛЬНОГО КОРИСТУВАННЯ НА ПРИКЛАДІ М. ЧЕРКАСИ**

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

<sup>2</sup>Черкаський державний технологічний університет

*В роботі досліджується можливість оптимізації мережі транспорту загального користування шляхом зменшення кількості дублюючих маршрутів. В процесі дослідження проаналізовано існуючу мережу міського пасажирського транспорту м. Черкаси та структуру парку транспорту автотранспортних підприємств, що надають відповідні послуги. Визначено довжину різних маршрутів мережі та інтенсивність руху ними. Виявлено, що щільність маршрутної мережі міського пасажирського транспорту (8,1 км/км<sup>2</sup>) значно перевищує нормативне значення. Розраховано показники дублювання кожного автобусного і тролейбусного маршруту мережі іншими маршрутами. З метою вивчення попиту на міській пасажирській перевезення проведено анкетування населення. Побудовано математичну модель оптимізації руху тролейбусів та автобусів на маршрутах, що дублюються. Модель враховує ступінь дублювання одного маршруту іншим, відсотковий розподіл пасажирів за видами транспорту та обмеження транспортних засобів по пасажиромісткості. Значення параметрів моделі, що визначають шкоду міському середовищу від одного рейсу, розраховуються виходячи з тарифних ставок на пошкодження транспортним засобом 1 км міської дороги і на викиди в атмосферу відпрацьованих газів (для автобусів). Виконано оптимізацію мережі громадського транспорту м. Черкаси на маршрутах з повним дублюванням (збіг маршрутних трас двох видів транспорту не менший 75 %). За результатами оптимізації запропоновано нову маршрутну мережу, яка передбачає мінімальне дублювання маршрутів, що в свою чергу знизить аварійність, зменшить забруднення навколишнього середовища та підвищить ефективність експлуатації всієї транспортної інфраструктури міста. Впровадження результатів цього дослідження дозволить зменшити загальні економічні та екологічні збитки пасажирів і транспорту, що приведе до більш ефективного функціонування транспорту. Побудована модель може бути використана для планування руху міського транспорту за новими маршрутами, а також для побудови двоїстої задачі розрахунку вартості пасажирогодин за умови, що пасажирський транспорт рухається з оптимальною інтенсивністю.*

**Ключові слова:** інтенсивність транспортного потоку, математична модель, міська транспортна мережа, оптимізація, ступінь дублювання маршрутів.

### **Вступ**

В наслідок виробничо-соціальної кризи економіки України в цілому, її переходу до ринкових відносин, значно знизилась обсяги перевезень всіх видів транспорту, в тому числі міського пасажирського транспорту, та зменшилась кількість транспортних маршрутів. Протягом останніх трьох років кількість маршрутів була збільшена, проте цей процес відбувався безсистемно, без достатньої обґрунтованості та урахування інтенсивності транспортних потоків і рухливості населення. Присутність на ринку транспортних послуг приватних перевізників частково вирішувала проблему недостатності транспортних засобів і поліпшення якості обслуговування.

По кількості регулярних маршрутів і виконавців перевезень мережа пасажирського транспорту м. Черкаси є надлишковою, тому рівень обслуговування пасажирів визначається якістю роботи окремих перевізників. Велика кількість дублюючих маршрутів автобусів та тролейбусів спричиняє одночасний під'їзд транспорту на зупинки, створює проблеми посадки пасажирів в транспортний засіб потрібного маршруту, та викликає додаткові витрати часу на очікування під'їзду до зупинки транспорту інших маршрутів. Зазначені чинники обумовлюють збільшення тривалості рейсу і, відповідно, знижують продуктивність маршрутних транспортних засобів. Крім цього погіршується безпека обслуговування пасажирів. Недотримання графіка руху міського транспорту викликає скарги пасажирів. Використання наукового підходу для зменшення частки дублюючих маршрутів в міській мережі є одним з шляхів її оптимізації.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Міська транспортна мережа має складну структуру, в якій більша частина припадає на маршрутні таксі малої місткості. Збільшення інтенсивності транспортних потоків маршрутного транспорту

спричиняє перевантаження мережі, погіршення екологічного стану в місті та надмірну конкуренцію між перевізниками. В роботах [1–4] побудовано оптимізаційні моделі, що описують рух маршрутних транспортних засобів, при цьому враховано інтереси перевізників та пасажирів. В дослідженнях [1, 2] не враховано дублювання маршрутів та вищу вартість проїзду у маршрутних таксі по відношенню до тролейбусів. В [3–5] досліджуються процес обслуговування пасажирів та конкуренція підприємств пасажирського транспорту. Оптимізаційні моделі базуються на застосуванні систем масового обслуговування та теорії ігор. Автором [3] здійснено моделювання потоку маршрутних транспортних засобів, ринку міських пасажирських перевезень в умовах світлофорного регулювання вуличного руху, поведінки пасажиропотоку при наповненні транспортного засобу. Проте при розв'язанні задачі оптимізації інтенсивності руху міського транспорту шкоди середовищу прирівнюються до собівартості перевезень. Вихідну інформацію для формування математичних моделей, зокрема про характер розподілу пасажиропотоків за маршрутами, окремими видами транспорту, в цілому в транспортній мережі, можна отримати із застосуванням анкетних методів обстеження та методів спостереження. На основі анкетування в [6, 7] проведено дослідження факторів, що впливають на якість обслуговування пасажирів громадським транспортом. Роботи мають розрахунково-аналітичний характер без виявлення оптимальних режимів роботи транспорту. В роботі [8] досліджуються параметри пасажиропотоків та транспортних засобів, застосовуються методи прогнозування, але не розглянуто економічні та екологічні показники роботи міського пасажирського транспорту. В [9] побудовано математичну модель визначення пасажиропотоків на міських маршрутах громадського транспорту на основі інформації про транзакції абонентів стільникового зв'язку. В Україні установи, що зацікавлені в оптимізації транспортних мереж, не мають вільного доступу до цієї інформація, а громадяни можуть бути абонентами декількох компаній стільникового зв'язку одночасно. Автором [10] визначено закономірності розвитку та можливі види дефектів міської транспортної мережі, дано рекомендації щодо шляхів їх усунення, але таке дослідження базується на просторових моделях та не враховує інтенсивності потоків пасажирів та транспорту.

### Мета дослідження

Метою роботи є оптимізація мережі транспорту загального користування шляхом зниження витрат часу на пересування міським пасажирським транспортом та зниження рівня дублювання маршрутів альтернативними видами транспорту.

Для досягнення поставленої мети в роботі було сформульовано такі задачі:

- аналіз існуючої транспортної системи обслуговування населення міським пасажирсько-громадським транспортом в м. Черкаси;
- вивчення попиту населення на міські пасажирські перевезення шляхом анкетування;
- побудова математичної моделі оптимізації маршрутної мережі пасажирсько-громадського транспорту;
- реалізація математичної моделі та порівняльна характеристика результатів з існуючою мережею на прикладі м. Черкаси.
- внесення пропозиції щодо оптимізації міського пасажирсько-громадського транспорту.

### Результати досліджень

В процесі дослідження шляхів оптимізації міської транспортної мережі м. Черкаси було здійснено аналіз маршрутів та структуру парку транспорту 12 автотранспортних підприємств, що надають відповідні послуги. Визначено довжину різних маршрутів мережі та інтенсивності руху ними. Площа м. Черкаси складає 78 км<sup>2</sup>. Зведені результати розрахунку характеристик маршрутної мережі міського пасажирського транспорту м. Черкаси представлено в таблиці 1.

Щільність маршрутної мережі міського пасажирського транспорту м. Черкаси дорівнює 8,1 км/км<sup>2</sup> та значно перевищує нормативні значення (1,5–2,5 км/км<sup>2</sup>). Надлишкова маршрутна мережа відзначається високим ступенем дублювання маршрутів і, в разі використання рухомого складу малої місткості, неминуче веде до зростання інтенсивності руху транспортних засобів, збільшення аварійності, підвищення забрудненості повітряного середовища та зниження ефективності експлуатації всієї транспортної інфраструктури міста.

В мережі міського пасажирського транспорту маршрути розподіляють на ті, що цілком дублюють маршрути інших видів міського пасажирського транспорту, частково дублюють і самостійні [6, 11]. Часткове дублювання є найбільш поширеним та має місце за умови збігу від 50 до 75 % трас маршрутів різних видів транспорту на окремих ділянках мережі міста. У разі, якщо збіг трас перевищує 75 %, дублювання вважається повним [4].

Таблиця 1

## Характеристика транспортної мережі м. Черкаси

Види транспортних засобів (ТЗ)	Протяжність маршрутної мережі, км	Середня протяжність маршруту, км	Щільність маршрутної мережі, км/км <sup>2</sup>
Тролейбусні маршрути	286,6	22,1	3,7
Автобусні маршрути	345,6	21,6	4,4
Разом	632,2	21,8	8,1

З метою визначення рівня дублювання маршрутів пасажирського транспорту в м. Черкаси було проаналізовано маршрути тролейбусної та автобусної мереж міста. Результати аналізу з фіксацією часткового та повного видів їхнього дублювання наведено в таблицях 2, 3.

Таблиця 2

## Дублювання маршрутів тролейбусної мережі

Номер тролейбусного маршруту	Кількість дублюючих маршрутів			Номери дублюючих автобусних маршрутів		Номери дублюючих тролейбусних маршрутів	
	Часткове	Повне	Всього	Часткове	Повне	Часткове	Повне
1	4	2	6	25, 31	4	3, 7А	1А
1А	3	2	5	31	4	3, 7А	1
2	-	1	1	-	5	-	-
3	3	1	4	31	26	1, 1А	-
4	1	-	1	-	-	4А	-
4А	-	1	1	-	-	-	4
7	3	2	5	10	31	1, 1А	7А
7А	3	1	4	-	31	7, 1, 1А	-
8	3	1	4	20, 22	25	8Р	-
8Р	3	-	3	25	-	8, 50	-
10	-	2	2	-	22, 25	-	-
14	1	-	1	5	-	-	-
50	3	1	4	20, 22, 25	-	-	8Р

Таблиця 3

## Дублювання маршрутів автобусної мережі

Номер автобусного маршруту	Кількість дублюючих маршрутів			Номери дублюючих автобусних маршрутів		Номери дублюючих тролейбусних маршрутів	
	Часткове	Повне	Всього	Часткове	Повне	Часткове	Повне
4	4	-	4	25, 31	-	1, 1А	-
5	1	-	1	-	-	14	-
7	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-
10	2	-	2	31	-	7	-
12	6	-	6	22, 25, 27	-	8, 8Р, 50	-
20	2	1	3	22, 25	-	-	8
21	-	-	-	-	-	-	-
22	4	1	5	20	25	8, 8Р, 10	-
25	-	1	1	-	22	-	-
26	1	-	1	-	-	3	-
27	1	-	1	12	-	-	-
31	1	-	1	-	-	7А	-

З метою вивчення попиту населення на міські пасажирські перевезення було проведено анкетування користувачів транспорту, що тривало протягом двох місяців та здійснювалось на зупинках

у різні години доби. Увага концентрувалась на частоті руху транспорту і його перевантаженості. Кількість пасажирів, що очікували на транспорт, фіксувалась три рази з інтервалом у 5 хвилин. Крім того, було підраховано загальну кількість громадян на зупинках та кількість транспортних засобів (ТЗ), які під'їжджали до зупинки або минали її через перевантаження. Визначено, що 97,5 % усіх опитаних користуються послугами міського громадського транспорту. Близько 45,5 % респондентів висловили свою незадоволеність його роботою. Вибір виду транспорту залежить від доходів різних категорій користувачів транспорту. Пільгові категорії населення, як правило, орієнтовані на переміщення по місту з використанням тролейбусів. Пасажири, які не мають пільг, не звертають уваги на вид транспорту і здійснюють посадку на транспортний засіб, який підійшов до зупинки першим. Перевагою використання автобусів є більш висока швидкість пересування. Проте автобуси більшою мірою ніж тролейбуси спричиняють загазованість міста. Розподіл респондентів за видами транспорту, що є для них більш доступним, наведено в таблиці 4.

Таблиця 4

## Пріоритетність вибору виду транспорту

Вид транспорту	Частка респондентів, %
Автобус	58,4
Тролейбус	29,6
Автобус чи тролейбус	12

Таким чином, оптимізацію руху в міській пасажирській мережі необхідно здійснювати з урахуванням двох категорій пасажирів (пільгових та без пільг) для обох видів транспорту.

В роботі [3] отримано цільову функцію (1) сумарних втрат пасажирів та шкоди міському середовищу від роботи двох видів транспорту на одному маршруті:

$$F(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)}} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $\mu^{(0)}$ ,  $\mu^{(1)}$  – інтенсивності пуассонівських потоків тролейбусів та автобусів, що рухаються за маршрутом, відповідно;  $\delta^{(0)}$ ,  $\delta^{(1)}$  – шкода міському середовищу від одного рейсу тролейбусу та від одного рейсу автобусу на даному маршруті, відповідно, грн,  $\delta^{(0)} \leq \delta^{(1)}$ ;  $\lambda^{(0)}$  – інтенсивність пуассонівського потоку пільгових категорій пасажирів на даному маршруті, пас/год;  $\lambda^{(1)}$  – інтенсивність пуассонівського потоку категорій пасажирів, що не мають пільг на даному маршруті, пас/год;  $\gamma^{(0)}$  – середня вартість однієї години пасажирів, що мають пільги при проїзді в тролейбусі, грн/год;  $\gamma^{(1)}$  – середня вартість однієї години пасажирів, що не мають пільги при проїзді на ТЗ, грн/год.

В [3] також наведено більш узагальнену модель для  $n$  оптимізаційних параметрів. Обидві математичні моделі можна використовувати не тільки для двох різних видів транспорту, а також для ТЗ одного виду, що працюють від різних операторів, маршрути яких на деяких ділянках дублюються.

В цих моделях не враховано ступінь дублювання маршрутів транспортної мережі, а шкоди середовищу прирівнюються до собівартості перевезень. Для усунення першого недоліку пропонується ввести до складу формули (1) коефіцієнт  $\rho$ , що відображає ступінь дублювання одного транспортного маршруту іншим.

Таким чином, уточнена цільова функція для двох автобусних маршрутів набуває вигляду:

$$\begin{aligned} F(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) &= \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)} - \rho \left( \frac{\mu^{(0)} + \mu^{(1)}}{2} \right)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} = \\ &= \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\left(1 - \frac{\rho}{2}\right)(\mu^{(0)} + \mu^{(1)})} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \quad \rho = \frac{L_{01}}{L_{M0}}, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $L_{01}$  – довжина сполученої ділянки двох маршрутів, що визначається шляхом вимірювання на схемі існуючої маршрутної мережі, км;  $L_{M0}$  – довжина автобусного маршруту, що дублюється іншим, км.

Виконавши диференціювання (2) за  $\mu^{(0)}$  і  $\mu^{(1)}$  та розв'язавши систему диференціальних рівнянь отримано такі розрахункові вирази:

$$\mu^{(0)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\delta^{(0)} - \delta^{(1)}}}; \quad (3)$$

$$\mu^{(1)} = \sqrt{\frac{2\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{(2-\rho)\delta^{(1)}}} - \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\delta^{(0)} - \delta^{(1)}}}. \quad (4)$$

У разі виконання обмеження  $\sqrt{\frac{2\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{(2-\rho)\delta^{(1)}}} \leq \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\delta^{(0)} - \delta^{(1)}}}$ , неефективно використовувати транспорт на

другому маршруті. Відповідно інтенсивність руху автобусів за даним маршрутом  $\mu^{(1)} = 0$ . Автобуси за першим маршрутом, в цьому випадку, обслуговують весь пасажиропотік з інтенсивністю, що обчислюється за формулою

$$\mu^{(0)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} + \gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\delta^{(0)}}}. \quad (5)$$

З метою зниження рівня дублювання тролейбусних маршрутів автобусними доречно уточнити модель (2), враховуючі статистичні дані щодо розподілу потоку пасажирів, що рухаються за даними маршрутами (табл. 4). Приймаємо, що перевагу автобусам надають респонденти, що обрали цей вид транспорту та половина тих, хто користуються як автобусом, так і тролейбусом (6 %). Таким чином, розрахунок інтенсивності транспортних потоків здійснюється з урахуванням часткових коефіцієнтів пасажиропотоків за видами транспорту, а відповідна цільова функція має такий вигляд:

$$\begin{aligned} F(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) &= \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)} - \rho(0,296\mu^{(0)} + 0,06(\mu^{(0)} + \mu^{(1)}))} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} = \\ &= \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)} - \rho(0,356\mu^{(0)} + 0,06\mu^{(1)})} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (6)$$

Після розкриття дужок та приведення подібних членів формула (6) набуває вигляду:

$$F(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min, \quad (7)$$

тоді як  $L_{M0}$  відповідає довжині тролейбусного маршруту, км.

Оптимальні значення інтенсивності потоків тролейбусів та автобусів визначаються за формулами (8) та (9) відповідно:

$$\mu^{(0)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}(1-0,356\rho)}{\delta^{(0)} - \delta^{(1)} - \rho(0,356\delta^{(0)} - 0,06\delta^{(1)})}}; \quad (8)$$

$$\mu^{(1)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{(1-0,06\rho)\delta^{(1)}}} - \frac{(1-0,356\rho)}{(1-0,06\rho)} \sqrt{\frac{(1-0,356\rho)\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\delta^{(0)} - \delta^{(1)} - \rho(0,356\delta^{(0)} - 0,06\delta^{(1)})}}. \quad (9)$$

При від'ємних значеннях  $\mu^{(1)}$  приймаємо  $\mu^{(1)} = 0$ , а інтенсивність потоку тролейбусів розраховується за формулою (5).

Для усунення другого недоліку математичної моделі пропонується обчислювати  $\delta^{(0)}$  та  $\delta^{(1)}$  за формулами (10), (11).

$$\delta^{(0)} = L_{M0}K_{R0}, \quad (10)$$

де  $K_{R0}$  – тарифна ставка на пошкодження тролейбусом 1 км міської дороги.

Тарифні ставки наведено в [12]. Оскільки тарифні ставки для тролейбусу прирівнюється до ставок великого класу автобусів, то  $K_{R0} = 2,84$  грн/км.

$$\delta^{(1)} = L_{M1}(K_{R1} + K_{EG}), \quad (11)$$

де  $L_{M1}$  – відстань автобусного маршруту;  $K_{R1}$  – тарифна ставка на пошкодження автобусом 1 км міської дороги;  $K_{EG}$  – тарифна ставка на викид в атмосферу відпрацьованих газів, в залежності від типу двигуна автобуса.

Оскільки маршрутні автобуси в м. Черкаси відносяться до малого класу автобусів (за винятком маршруту № 22), то  $K_{R1} = 1,48$  грн/км. Для дизельних двигунів  $K_{EG} = 0,77$  грн/км [12].

В процесі розв’язання оптимізаційних задач (2) та (7) пропонується враховувати обмеження на пасажиромісткість ТЗ (12):

$$\begin{cases} g_1(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \frac{\lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(0)}} \leq q_1; \\ g_2(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} \leq q_2; \\ g_3(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \mu^{(0)} \geq 0; \\ g_4(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}) = \mu^{(1)} \geq 0, \end{cases} \quad (12)$$

де  $q_1, q_2$  – максимальна пасажиромісткість на I та II маршрутах відповідно, пас.

Для визначення вихідних даних задач (2), (12) та (7), (12) було досліджено парк ТЗ кожного з транспортних операторів. Для знаходження глобальних мінімумів відповідних цільових функцій (2), (7) застосовано відкоригований узагальнений метод множників Лагранжа [13], за якого враховувались всі можливі набори обмежень. Тобто, спочатку активувались окремі обмеження почергово, потім розглядалися пари та трійки активних обмежень. Найменше значення з отриманих локальних мінімумів є глобальним. Виходячи з цього, в рамках кожної задачі розв’язано 15 оптимізаційних підзадач з цільовими функціями у вигляді функцій Лагранжа  $L_1-L_{15}$ . Для задачі (7), (12) функції  $L_1-L_{15}$  набувають такого вигляду:

$$L_1 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1[\lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \quad (13)$$

$$L_2 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} \rightarrow \min; \quad (14)$$

$$L_3 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \quad (15)$$

$$L_4 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} L_5 = & \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1[\lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \\ & + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} \rightarrow \min; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} L_6 = & \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1[\lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \\ & + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \end{aligned} \quad (18)$$

$$L_7 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1 \left[ \lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}) \right]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (19)$$

$$L_8 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(0)}\mu^{(0)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (20)$$

$$L_9 = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \quad (21)$$

$$L_{10} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (22)$$

$$L_{11} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1 \left[ \lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}) \right]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \delta^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min; \quad (23)$$

$$L_{12} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1 \left[ \lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}) \right]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \delta^{(1)}\mu^{(1)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (24)$$

$$L_{13} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1 \left[ \lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}) \right]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (25)$$

$$L_{14} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min; \quad (26)$$

$$L_{15} = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} - \Theta_1 \left[ \lambda^{(0)} + 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}) \right]}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)}(1-0,356\rho) + \mu^{(1)}(1-0,06\rho)} - \Theta_2 \frac{\lambda^{(1)} - 0,06(\lambda^{(0)} + \lambda^{(1)})}{\mu^{(1)}} + \mu^{(0)}(\delta^{(0)} - \Theta_3) + \mu^{(1)}(\delta^{(1)} - \Theta_4) \rightarrow \min, \quad (27)$$

де  $\Theta_i$  – відповідні множники Лагранжа,  $i = \overline{1,4}$ .

Результати оптимізації громадської пасажирської транспортної мережі м. Черкаси без додаткових обмежень та з врахуванням обмежень на пасажиромісткість транспортних засобів наведені в таблиці 5.

**Інтенсивність руху ТЗ за автобусними та тролейбусними маршрутами після оптимізації транспортної мережі м. Черкаси**

№ маршруту автобусу	Інтенсивність руху автобусів після оптимізації		№ маршруту тролейбуса	Інтенсивність руху тролейбусів після оптимізації	
	без врахування обмежень	з обмеженнями на пасажиромісткість ТЗ		без врахування обмежень	з обмеженнями на пасажиромісткість ТЗ
4	5	8	1	10	7
5	0	0	2	16	16
12	12	14	3	15	12
22	8	11	7А	16	14
25	9	12	8	7	5
26	0	4	10	12	10
27	0	0			
31	0	2			

Можна стверджувати, що зменшення пасажиромісткості ТЗ підвищує її вплив на результати оптимізації руху транспортних потоків. Таким чином, для автобусних маршрутів м. Черкаси врахування обмежень на пасажиромісткість ТЗ є необхідною умовою оптимізації. Проте, за рахунок збільшення кількості автобусів на маршруті порівняно з результатами оптимізації без обмежень, досягається зменшення загальної кількості тролейбусів відповідно.

### Висновки

Досліджено існуючу мережу міського пасажирського транспорту м. Черкаси. Визначено довжину різних маршрутів мережі та інтенсивності руху ними. Встановлено, що щільність маршрутної мережі міського пасажирського транспорту ( $8,1 \text{ км/км}^2$ ) значно перевищує нормативне значення. Оптимізація міської мережі виконувалась шляхом зменшення транспортних потоків на маршрутах двох видів громадського транспорту зі збігом маршрутних трас не менше ніж 75 %. Побудована оптимізаційна модель надає можливість визначити оптимальний режим роботи на довільному маршруті, може бути застосована як для двох різних видів транспорту, так і для дублюючих маршрутів транспорту одного виду, та може бути використана при виконанні транспортних проєктів і планів реконструкції транспортної мережі міста. Подальші дослідження будуть спрямовані на побудову та розв'язання задачі, двоїстої до даної, а саме задачі розрахунку вартості пасажиро-годин на транспорті, що рухається за маршрутом з оптимальною інтенсивністю.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] В. А. Гудков, С. А. Ширяев, О. В. Устинова, «Анализ факторов, влияющих на определение необходимого количества пассажирских транспортных средств на маршрутах,» на *Международ. наук.-практ. конф. Прогресс транспортных средств и систем – 2005 (Волгоград, 20-23 сент. 2005 г.)*, Волгоград, 2005, Ч. 2., с. 525-526.
- [2] В. И. Швецов, «Математическое моделирование транспортных потоков,» *Автоматика и телемеханика*, № 11, с. 3-46, 2003.
- [3] М. Е. Корягин, *Равновесные модели системы городского пассажирского транспорта в условиях конфликта интересов*. Новосибирск, Россия: Наука, 2011, 140 с.
- [4] М. Е. Корягин, «Конкуренция потоков общественного транспорта,» *Автоматика и телемеханика*, № 8, с. 120-130, 2008.
- [5] М. Е. Корягин, «Конкуренция транспортных потоков,» *Автоматика и телемеханика*, № 3, с. 143-152, 2006.
- [6] В. В. Аулін, Д. В. Голуб, «Аналіз системи перевезення пасажирів у містах, основні тенденції її розвитку і шляхи удосконалення,» *Вісник національного транспортного університету: В 2-х частинах: Ч. 2*, № 15, Київ, Україна: НТУ, с. 279-284, 2007.
- [7] В. В. Аулін, Д. В. Голуб, «Стан структури та основні напрямки розвитку пасажирського транспорту загального користування в м. Кіровограді,» *Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету*, № 18, Кіровоград, Україна: НТУ, с. 288-292, 2007.



[8] О. І. Гороховський, К. І. Ошовська, Є. І. Шевчук, «Рациональний розподіл пасажиропотоків в транспортній мережі міста із застосуванням інформаційної системи доступу,» на III науково-практична конференція. *Проблеми та перспективи розвитку автомобільного транспорту, 14-16 квітня 2015*, Волгоград, 2015, с. 122.

[9] І. А. Кара, «Визначення пасажиропотоків на міських маршрутах з використанням нечіткої логіки та транзакцій абонентів стільникового зв'язку,» Автореферат дис. канд. техн. наук., Національний університет «Львівська політехніка» МОНУ, Львів, 2017.

[10] С. А. Тархов, *Эволюционная морфология транспортных сетей*. Смоленск-Москва, Россия: Универсум, 2005, 384 с.

[11] Ю. О. Давідіч, *Розробка розкладу руху транспортних засобів при організації пасажирських перевезень: навч. посіб.* Харків, Україна: ХНАМГ, 2010, 345 с.

[12] Я. І. Шефтер, К. В. Трякіна, «Розрахунок величини і встановлення тарифів для автобусних перевезень,» *Автомобільний транспорт*, № 5, с. 28-32, 2015.

[13] Хэмди А. Таха, *Введение в исследование операций, 7-е издание*. Москва, Россия: Вильямс, 2005, 912 с.

**Біличенко Віктор Вікторович** – д-р. техн. наук, професор, ректор, e-mail: [bilichenko.v@gmail.com](mailto:bilichenko.v@gmail.com).

Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

**Тарандушка Людмила Анатоліївна** – канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри автомобілів та технології їх експлуатації, e-mail: [tarandushka@ukr.net](mailto:tarandushka@ukr.net).

**Костьян Наталія Леонідівна** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автомобілів та технології їх експлуатації, e-mail: [438knl@gmail.com](mailto:438knl@gmail.com).

**Пилипенко Олександр Михайлович** – д-р. техн. наук, професор, професор кафедри технічної експлуатації автомобілів та автосервісу, e-mail: [shura.pilipenko161@ukr.net](mailto:shura.pilipenko161@ukr.net).

Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

**V. Bilichenko<sup>1</sup>**  
**L. Tarandushka<sup>2</sup>**  
**N. Kostian<sup>2</sup>**  
**O. Pylypenko<sup>2</sup>**

## Optimization of the transport network by the case of Cherkasy city

<sup>1</sup>Vinnitsia National Technical University

<sup>2</sup>Cherkasy State Technological University

*The article explores the possibility of optimization of the public transport network by reducing the number of duplicate routes. In the course of the research the existing network of urban passenger transport of Cherkasy and the structure of the transport fleet of motor transport enterprises providing relevant services are analyzed. The length of the different routes of the network and the intensity of their movement are determined. It has been found that the density of the public passenger transport route network (8.1 km/km<sup>2</sup>) is much higher than the normative value. The indices of duplication of each bus and trolleybus route of the network with other routes are calculated. In order to study the demand for urban passenger transportation, a population survey was conducted. A mathematical model for optimizing the movement of trolleybuses and buses on duplicate routes is constructed. The model takes into account the degree of duplication of one route by another, the percentage distribution of passengers by type of transport and the limitation of vehicles by passenger capacity. The values of the model parameters, which determine the damage to the urban environment by one run, are calculated at the tariff rates for damage to the vehicle 1 km of the city road and the emission into the atmosphere of the exhaust gas (for buses). Optimization of the Cherkasy public transport network on routes with complete duplication (coincidence of route routes of two modes of transport is not less than 75%). According to the optimization results, a new itinerary network is proposed, which provides minimal duplication of routes, which in turn will lead to reduction of the accident rate, reduction of environmental pollution and increase of the efficiency of operation of the entire transport infrastructure of the city. The implementation of the results of this study will reduce the overall economic and environmental losses of passengers and transport, which will lead to a more efficient functioning of urban transport. The constructed model can be used to plan urban traffic on new routes, as well as to construct a dual task of calculating the cost of passenger hours, provided that passenger traffic is moving with optimum intensity.*

**Key words:** traffic flow intensity, mathematical model, municipal transport network, optimization, the degree of duplication of routes.

**Bilichenko Victor** – Dr. Sc. (Eng.), Professor, rector, e-mail: [bilichenko.v@gmail.com](mailto:bilichenko.v@gmail.com).

**Tarandushka Liudmyla** – Ph. D. (Eng.), Assistant Professor, Head of vehicles and technology for their operation Department, e-mail: [tarandushka@ukr.net](mailto:tarandushka@ukr.net).

**Kostian Nataliia** – Ph. D. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of vehicles and technology for their operation Department, e-mail: [438knl@gmail.com](mailto:438knl@gmail.com).

**Pylypenko Oleksandr** – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of vehicles and technology for their operation Department, e-mail: [shura.pilipenko161@ukr.net](mailto:shura.pilipenko161@ukr.net).

**В. В. Биличенко<sup>1</sup>**  
**Л. А. Тарандушка<sup>2</sup>**  
**Н. Л. Костьян<sup>2</sup>**  
**О. М. Пилипенко<sup>2</sup>**

## **Оптимизация сети транспорта общего пользования на примере г. Черкассы**

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

<sup>2</sup>Черкасский государственный технологический университет

*В работе исследуется возможность оптимизации сети транспорта общего пользования путем уменьшения количества дублирующих маршрутов. В процессе исследования проанализирована существующая сеть городского пассажирского транспорта г. Черкассы и структура парка транспорта автотранспортных предприятий, предоставляющих соответствующие услуги. Определены длины различных маршрутов сети и интенсивности движения по ним. Выявлено, что плотность маршрутной сети городского пассажирского транспорта ( $8,1 \text{ км/км}^2$ ) значительно превышает нормативное значение. Рассчитаны показатели дублирования каждого автобусного и троллейбусного маршрута сети другими маршрутами. С целью изучения спроса на городские пассажирские перевозки проведено анкетирование населения. Построена математическая модель оптимизации движения троллейбусов и автобусов на продублированных маршрутах. Модель учитывает степень дублирования одного маршрута другим, процентное распределение пассажиров по видам транспорта и ограничение транспортных средств по пассажироемкости. Значения параметров модели, определяющие наносимый городской среде вред от одного рейса, рассчитываются исходя из тарифных ставок на повреждение транспортным средством 1 км городской дороги и на выброс в атмосферу отработанных газов (для автобусов). Выполнена оптимизация сети общественного транспорта г. Черкассы на маршрутах с полным дублированием (совпадение маршрутных трасс двух видов транспорта не менее 75%). По результатам оптимизации предложена новая маршрутная сеть, которая предусматривает минимальное дублирование маршрутов, что в свою очередь приведет к снижению аварийности, уменьшению загрязнения окружающей среды и повышению эффективности эксплуатации всей транспортной инфраструктуры города. Внедрение результатов данного исследования позволит уменьшить общие экономические и экологические убытки пассажиров и транспорта, что приведет к более эффективному функционированию транспорта. Построенная модель может быть использована для планирования движения городского транспорта по новым маршрутам, а также для построения двойственной задачи расчета стоимости пассажира-часов при условии, что пассажирский транспорт движется с оптимальной интенсивностью.*

**Ключевые слова:** интенсивность транспортного потока, математическая модель, городская транспортная сеть, оптимизация, степень дублирования маршрутов.

***Биличенко Виктор Викторович** – д-р. техн. наук, профессор, ректор, e-mail: [bilichenko.v@gmail.com](mailto:bilichenko.v@gmail.com).*

***Тарандушка Людмила Анатольевна** – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедры автомобилей и технологии их эксплуатации, e-mail: [tarandushka@ukr.net](mailto:tarandushka@ukr.net).*

***Костьян Наталья Леонидовна** – канд. техн. наук, доцент кафедры автомобилей и технологии их эксплуатации, e-mail: [438knl@gmail.com](mailto:438knl@gmail.com).*

***Пилипенко Александр Михайлович** – д-р. техн. наук, профессор, профессор кафедры технической эксплуатации автомобилей и автосервиса, e-mail: [shura.pilipenko161@ukr.net](mailto:shura.pilipenko161@ukr.net).*